

Valószínűségszámítás és statisztika
Gyakorlat
(Függetlenség, együttes eloszlás, diszkrét
valószínűségi változók)

Szokol Patricia

October 2, 2019

Függetlenség

- 1 Egy pénzdarabot egymás után 5-ször feldobva, mind az ötször írást dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy hatodszor is írást dobunk?
- 2 Két csomag magyar kártyát helyezünk egymás mellé és mindkettőből kihúzunk egy lapot. Mennyi a valószínűsége, hogy mindkét lap piros lesz?
- 3 Egy munkás 3 gépen dolgozik. Annak a valószínűsége, hogy 1 óra leforgása alatt a gépekkel leállás miatt nem kell külön foglalkozni, az egyes gépeknél 0,9; 0,8 és 0,85. Ha a gépek egymástól függetlenül hibásodnak meg, akkor mekkora a valószínűsége, hogy egy óra leforgása alatt:
 - (a) a munkásnak egy géppel sem kell külön foglalkoznia?
 - (b) legalább egy géppel nem kell külön foglalkoznia?
- 4 Hányszor kell két kockát feldobnunk, hogy 0,99-nél nagyobb valószínűséggel legalább egyszer két hatost dobjunk?

Függetlenség

- 5 Egy dobozban 1-től 8-ig számozott, 8 db papírlap van. Véletlenszerűen kivesszünk egy lapot. Az A , B és C események jelentése legyen:
- A : a kivett lapon páros szám áll;
 - B : 4-nél nem nagyobb szám áll;
 - C : a kihúzott szám 2, vagy 5-nél nagyobb.
- Mutassuk meg, hogy $P(A \cdot B \cdot C) = P(A)P(B)P(C)$ és a három esemény mégsem független!
- 6 Egy urnában 4 egyforma papírlap van. Mindegyikre három számjegy van írva egymás mellé, mégpedig az elsőre 0, 0, 0, a másodikra 0, 1, 1, a harmadikra 1, 0, 1, és a negyedikre 1, 1, 0. Húzzunk ki egy lapot véletlenszerűen. Jelölje A_i azt az eseményt, hogy egy olyan lapot húztunk, amelynek i -edik jegye 1-es, $i = 1, 2, 3$. Mutassuk meg, hogy az A_i , $i = 1, 2, 3$, események páronként függetlenek, együttesen azonban nem!

Diszkrét valószínűségeloszlások

- 7 Az alábbi számsorozatok közül melyek alkotnak valószínűségi eloszlást?

(a) $p^4, 4p^3q, 6p^2q^2, 4pq^3, q^4, \quad q = 1 - p, 0 < p < 1;$

(b) $p^k q^2, \quad q = 1 - p, 0 < p < 1, \quad k = 1, 2, \dots;$

(c) $(k(k+1))^{-1}, \quad k = 1, 2, \dots;$

(d) $p^{k-n} q, \quad q = 1 - p, 0 < p < 1, \quad k = n, n+1, \dots$

- 8 Egy ξ valószínűségi változó a következő értékeket veszi fel: $-1, 0$ és 6 . Az ezekhez tartozó valószínűségeloszlás:

$$P(\xi = -1) = \frac{1}{3}; \quad P(\xi = 0) = \frac{1}{2}, \quad P(\xi = 6) = \frac{1}{6}$$

Írjuk fel a ξ eloszlásfüggvényét és ábrázoljuk. Ábrázoljuk a ξ valószínűségeloszlását is!

- 9 Két kockával dobunk. Jelölje ξ a dobott számok összegét. Írjuk fel ξ eloszlását, valamint határozzuk meg és ábrázoljuk az eloszlásfüggvényét!

Diszkrét valószínűségeloszlások

- f0** Két kockával dobunk egyszerre. Írja fel a dobott számok maximumának és minimumának az eloszlását!
- f1** Írja fel az ötös lottón kihúzott öt szám közül a legkisebb eloszlását!
- f2** Két kosárlabdajátékos felváltva dob kosárra, amíg valamelyikük bele nem talál. A dobást kezdő 0.5 , a másik 0.6 valószínűséggel talál egy-egy dobás alkalmával a kosárba. Írja fel a dobások számának (az utolsó, sikeres dobást is beleértve) az eloszlását!

Együttes eloszlások

- 13 Egy dobozban 1-től 22-ig számozott, 22 darab cédulát helyezünk el. Véletlenszerűen kihúzunk egy cédulát. A kihúzott szám két szempontból érdekel: a 2-vel és a 3-mal való oszthatóság szempontjából. A ξ valószínűségi változó legyen a 2-vel való osztás után kapott maradék, az η pedig a 3-mal való osztás maradéka. Írja fel a (ξ, η) együttes eloszlását és határozza meg a peremeloszlásokat!
- 14 A (ξ, η) együttes eloszlását a következő táblázat tartalmazza:

$\xi \backslash \eta$	0	1
0	p	p
1	p	$3p$
2	$2p$	$4p$

- Mekkora a p értéke?
- Független-e ξ és η ?
- Írja fel a $\xi + \eta$, a $\xi \cdot \eta$ és a $|\xi - \eta|$ eloszlását!

Diszkrét valószínűségi változók jellemzői



- 15 Legyenek ξ lehetséges értékei: 1, 2 és 3. A megfelelő valószínűségek:

$$P(\xi = 1) = \frac{1}{3}; \quad P(\xi = 2) = \frac{1}{2}; \quad P(\xi = 3) = \frac{1}{6}.$$

- (a) Írjuk fel a ξ eloszlásfüggvényét és ábrázoljuk!
- (b) Számítsuk ki a ξ várható értékét és szórását!
- 16 Egy kockával addig dobunk, míg 6-ost nem dobunk. Mennyi lesz az addigi dobásszám várható értéke, ha az utolsó dobást is beleszámítjuk?
- 17 Tekintsük azt a lottójátékot, ahol a 90 számból 5-öt húznak ki és az 5, 4, 3 és 2 találat esetén a tiszta nyereség (a szelvény árát is leszámítva,) 10 millió, 1 millió, 6000 és 300 Ft. A 0 és 1 találat esetén a "nyereség" -330 Ft. Mekkora lesz a nyereség, mint valószínűségi változó várható értéke?

Diszkrét valószínűségi változók jellemzői

- 18 Egy érmével dobunk. Ha az eredmény fej, akkor még kétszer dobunk, ha írás, még egyszer. Mennyi az összes fej dobások számának várható értéke?
- 19 Egy vak késdobáló $1/4$ valószínűséggel találja el a céltáblát és addig próbálkozik, amíg ez nem sikerül. Számítsa ki a szükséges próbálkozások számának várható értékét!
- 20 Péter feldob egy kockát. Ha páratlan számot dob veszít 1 Ft-ot, ha hatost dob, nyer 4 Ft-ot, egyébként újra dobhat. A második dobásnál 1 Ft-ot nyer, ha párost dob, és 2 Ft-ot veszít, ha páratlant. Állapítsuk meg, a játék Péter számára előnyös, méltányos, vagy hátrányos, azaz Péter várható nyeresége pozitív, nulla vagy negatív! Mennyi Péter nyereségének szórásnégyzete?

-  Baran Sándor: Valószínűségszámítás és statisztika feladatok, Feladatgyűjtemény.
-  Denkinger Géza: Valószínűségszámítási gyakorlatok, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt. 2000.