

Valószínűségszámítás és statisztika
Gyakorlat
(Geometriai valószínűség, feltételes
valószínűség)

Szokol Patricia

November 6, 2019

Geometriai valószínűség

- 1 Az A és B helységet 5 km hosszú telefonvezeték köti össze. A vezeték valahol meghibásodik. A meghibásodás valószínűsége egyenletes eloszlású az egész vonalon. Mekkora a valószínűsége, hogy a hiba A -tól 3 km-nél távolabb következett be?
- 2 Egy egységnyi oldalhosszúságú, négyzet alakú céltáblára egy $1/2$ egység sugarú kört rajzolunk. Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen rálőve a táblára (természetesen eltalálva) a találat ezen körön kívül éri azt?
- 3 A $(0, 3)$ intervallumon véletlenszerűen elhelyezünk egy pontot. Annak a valószínűsége, hogy ez a 2-nek az r sugarú környezetébe esik: $1/5$. Mekkora az r ?

- 4 Véletlenszerűen felírunk két, 1-nél kisebb, pozitív számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
- (a) összegük kisebb 1-nél;
 - (b) szorzatuk kisebb $\frac{2}{9}$ -nél;
 - (c) összegük kisebb 1-nél, de szorzatuk kisebb $\frac{2}{9}$ -nél?
- 5 Ketten megbeszélnek, hogy délután 5 és 6 óra között meghatározott helyen találkoznak. Megállapodnak abban, hogy aki korábban érkezik, az 20 percet vár, aztán elmegy. Mekkora valószínűséggel találkoznak, ha mindkettő véletlenszerűen érkezik 5 és 6 óra között?

Feltételes valószínűség

- 6 Egy kockát kétszer feldobnak.
 - (a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 7 lesz?
 - (b) Tegyük fel, hogy az első dobást elvégezték, melynek eredménye páros szám lett. Mekkora ezek után a valószínűsége annak, hogy a két dobás összege 7 lesz? (Hasonlítsuk össze a két valószínűséget!)
- 7 Három kockával dobunk. Mekkora a valószínűsége, hogy az egyik kockával 6-ost dobunk, feltéve, hogy a dobott számok összege 12?

Feltételes valószínűség

- 8 Ha egy kétgyermekes családnál tudjuk, hogy legalább az egyik gyerek lány, akkor mennyi a valószínűsége, hogy van fiú is a családban? (Feltételezzük, hogy egy gyermek egyenlő valószínűséggel születik fiúnak, illetve lánynak.)
- 9 Egy egységnyi hosszúságú szakaszon találomra választunk két pontot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét pont a szakasznak egyik előre kijelölt végpontjához van közelebb, feltéve, hogy a választott pontok távolsága kisebb, mint $1/2$?
- 10 Ha egy n létszámú csoportban r véletlenül kiválasztott diáknak dolgozatot kell írni, mennyi annak a valószínűsége, hogy a legrosszabb diáknak is dolgozatot kell írni, feltéve, hogy a legjobb diák is ír dolgozatot?

Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel

- I1** Két doboz mindegyikében 100 darab csavar van. Az első dobozban 10 db selejtes, a másodikban 6. Találomra kiveszünk egy csavart valamelyik dobozból. (A dobozok közül egyenlő valószínűséggel választunk.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kivett csavar jó?
- I2** Két urnában golyók vannak. Az egyikben 5 fehér és 4 piros, a másikban 5 piros és 7 fehér. Az egyik urnából kiveszünk két golyót. Feltételezve, hogy a két urna közül egyenlő valószínűséggel választunk, mennyi a valószínűsége, hogy mindkét golyó fehér színű lesz?
- I3** Iszákos Iván a nap $2/3$ részét kocsmában tölti. Mivel a faluban 5 kocsmá van, Iván pedig nem válogatós, azonos eséllyel tartózkodik bármelyikben. Egyszer elindulunk, hogy megkeressük. Négy kocsmát már végigjártunk, de nem találtuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az ötödikben ott lesz?

Teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel

- 14 A Lódarázs Légitársaság Óperencián túli járatán D, E és F típusú repülőgépek teljesítenek szolgálatot, mindhárom típus $1/3$ valószínűséggel. A D típuson hat, az E típuson négy, az F típuson három ülés van egy sorban (minden ülésorhoz két ablak melletti ülés tartozik), és az ülés kiosztás az utasok számára teljesen véletlenszerűen történik. Feltéve, hogy ablak mellé szól a jegyem, mi a valószínűsége, hogy F típuson fogok repülni?
- 15 Valamely alkatrész gyártásával egy üzemben négy gép foglalkozik. Az első gép naponta 200 alkatrészt gyárt, a második 320-at, a harmadik 270-et, a negyedik 210-et. Az egyes gépeknél a selejtgyártás aránya rendre 2%, 5%, 3% és 1%. A kész alkatrészeket egy helyen gyűjtik. A gépek egy napi termeléséből kivesszünk egy alkatrészt, megvizsgáljuk, és jónak találjuk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy azt a negyedik gép gyártotta?



Baran Sándor: Valószínűségszámítás és statisztika feladatok, Feladatgyűjtemény.



Denkinger Géza: Valószínűségszámítási gyakorlatok, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt. 2000.