

2. BEADANDÓ PROGRAM

Mátrix sajátértékeinek közelítése inverz iterációval, eltolással. Az algoritmus leírása megtalálható *Stoyan Gisbert: Numerikus matematika mérnököknek és programozóknak* c. könyv 5.3 fejezetében.

Az $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix sajátértékeit, sajátvektorait keressük. Annak érdekében, hogy a program az összes sajátérték megkeresésére alkalmas legyen az inverz iterációt az A mátrix helyett az $A - \lambda_0 I$ mátrixra alkalmazzuk, ahol λ_0 adott konstans, I az $(n \times n)$ -es egységmátrix. Az iterációt egy $x_0 \neq 0$ kezdővektorból indítjuk, és addig folytatjuk, amíg a sajátérték két egymás utáni közelítésének különbsége egy adott korlát alá nem kerül (ld. a tankönyvbeli algoritmus 5. lépését), vagy el nem érjük a maximális iterációszámot (`maxit`). Ha az 5. lépésben a leállási feltétel teljesül, akkor meg kell vizsgálni, hogy az eljárás valóban a sajátpár közelítését szolgáltatotta-e (tankönyvbeli algoritmus, 7. lépés).

Input: A beolvasás a standard inputról történik. Az input első sora a megoldandó feladatok száma (N , ahol $N \leq 50$), a következő sorban az első mátrix sorainak a száma (n) szerepel, a köv. sorban a λ_0 eltolás, a `maxit` maximális iterációszám és a leállási feltételben szereplő ε áll. Az ezt követő n darab sorban a mátrix sorai, majd a következő sorban az x_0 kezdővektor szerepel. Az input további sorai ugyanezeket az adatokat tartalmazzák a többi feladatra vonatkozóan (tehát a λ_0 , a `maxit` és az ε értéke minden feladat esetén külön-külön adott).

Output: N darab sorból áll, az i -edik ($1 \leq i \leq N$) sorban az i -edik feladat megoldása áll:

- ha az iteráció konvergált (az 5. lépésbeli leállási teszt teljesült), továbbá a 7. lépés tesztje is teljesül, akkor ebbe a sorba a `siker` üzenet után a sajátértékre kapott közelítés és a közelítő sajátvektor kerül, továbbá a 7. lépésben szereplő $\|a - \mu_m \star x\|_2^2$ mennyiség értéke (8 tizedesjegyre kiírva),
- ha az iteráció ugyan konvergált (az 5. lépésbeli leállási teszt teljesült), de a 7. lépés tesztje nem teljesül, akkor ebbe a sorba a `sikertelen` üzenet után a sajátértékre és a sajátvektorra kapott utolsó közelítés kerül (8 tizedesjegyre kiírva), továbbá a 7. lépésben szereplő $\|a - \mu_m \star x\|_2^2$ mennyiség értéke (8 tizedesjegyre)
- ha az iteráció azért fejeződött be, mert elértük a maximális iterációszámot, akkor az adott sorba a `maxit` üzenet (nem a `maxit` értéke!!) kerül,

- ha a kezdővektor a nullvektor volt, akkor a **kezdovektor** hibaüzenet jelenik meg
- ha az iteráció előtt az LU-felbontás során az $A - \lambda_0 I$ mátrixról kiderül, hogy szinguláris, akkor tudjuk, hogy a λ_0 sajátérték, így ebbe a sorba ennek értéke kerül.