

1. BEADANDÓ PROGRAM

Az $Ax = b$ lineáris egyenletrendszer megoldása Cholesky-felbontással (az A mátrix szimmetrikus és pozitív definit).

Cholesky-felbontás: $A = LL^T$, ahol L alsó háromszög mátrix.

Az L mátrixot oszloponként kiszámítva a k -adik oszlop előállítás:

$$\ell_{kk} = \left(a_{kk} - \sum_{j=1}^{k-1} \ell_{kj}^2 \right)^{1/2},$$

$$\ell_{ik} = \left(a_{ik} - \sum_{j=1}^{k-1} \ell_{ij} \ell_{kj} \right) / \ell_{kk}, \quad i = k+1, \dots, n.$$

Ha valamely k -ra a négyzetgyök alatti kifejezés nem pozitív, akkor az A mátrix nem pozitív definit. Ebben az esetben kilépünk a programból.

Kihasználva az A mátrix szimmetriáját csak a mátrix alsó háromszög részét tároljuk. Az L mátrix tárolására nem szükséges külön hely: azonnal felülírhatjuk vele az A mátrixot (az L^T mátrixot nem tároljuk!)

Az L mátrix meghatározása után az

$$Ly = b \quad \text{és} \quad L^T x = y$$

visszahelyettesítéseket kell elvégezni (ehhez L^T előállítása és tárolása nem szükséges!).

A visszahelyettesítések:

$$y_i = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} \ell_{ij} y_j \right) / \ell_{ii}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_i = \left(y_i - \sum_{j=i+1}^n \ell_{ji} x_j \right) / \ell_{ii}, \quad i = n, \dots, 1.$$

Az y vektorral felülírhatjuk a b vektort, majd az x vektorral az y vektort (így az x megoldásvektor tulajdonképpen a b vektor helyén lesz).

Input: A beolvasás a standard inputról történik. Az input első sora a megoldandó lineáris egyenletrendszerek számát tartalmazza (N , ahol $N \leq 20$), a következő sorban az első egyenletrendszer egyenleteinek száma, az ezt követő sorokban az első egyenletrendszer alapmátrixának alsó háromszög része szerepel soronként (az egyes elemek szóközzel elválasztva), majd a b vektor. Ezt követően ugyanezek az adatok következnek a többi egyenletrendszerre vonatkozóan.

Output: N részből áll: minden egyenletrendszer esetén az L mátrix alsó háromszög részét és az x megoldásvektort tartalmazza (az értékek 8 tizedesjegyre kiírva), illetve ha az egyenletrendszer mátrixa nem pozitív definit, akkor csak a **hiba** üzenet jelenik meg.

Példa input:

```
3
3
4
-2 10
-6 9 17
-4 17 20
4
1
2 2
-1 3 4
3 8 -2 2
-2 7 9 11
3
4.41
-6.72 14.24
-2.94 0.08 12.09
16.464 -37.888 8.394
```

Itt 3 egyenletrendszert kell megoldani (az input első sora), az első esetben 3 az egyenletek száma (az input második sora), az A mátrix (az input 3.-5. sorai) és a b vektor (az input 6. sora):

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -6 \\ -2 & 10 & 9 \\ -6 & 9 & 17 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -4 \\ 17 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

A második esetben 4 az egyenletek száma, az A mátrix és a b vektor:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 8 \\ -1 & 3 & 4 & -2 \\ 3 & 8 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

A harmadik esetben 3 az egyenletek száma, az A mátrix és a b vektor:

$$A = \begin{pmatrix} 4.41 & -6.72 & -2.94 \\ -6.72 & 14.24 & 0.08 \\ -2.94 & 0.08 & 12.09 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 16.464 \\ -37.888 \\ 8.394 \end{pmatrix}.$$

Példa output:

```

2.00000000
-1.00000000 3.00000000
-3.00000000 2.00000000 2.00000000
1.00000000 1.00000000 1.00000000
hiba
2.10000000
-3.20000000 2.00000000
-1.40000000 -2.20000000 2.30000000
1.20000000 -2.10000000 1.00000000

```

Itt az első 3 sorban az első lineáris egyenletrendszerhez tartozó L mátrix található:

$$L = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix},$$

a negyedik sorban az egyenletrendszer megoldása:

$$x = (1, 1, 1)^T,$$

a második egyenletrendszer mátrixa nem pozitív definit, így az 5. sorba csak a **hiba** üzenet kerül, míg a harmadik egyenletrendszerhez tartozó L mátrix:

$$L = \begin{pmatrix} 2.1 & 0 & 0 \\ -3.2 & 2 & 0 \\ -1.4 & -2.2 & 2.3 \end{pmatrix},$$

illetve az egyenletrendszer megoldása:

$$x = (1.2, -2.1, 1)^T.$$