

# Numerikus matematika

May 21, 2016

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Megjegyzés:** A továbbiakban mátrixon négyzetes mátrixot értünk.

**Fogalom:** Felső-háromszög alakú mátrixok.

**Módszer**(*FHM*): Felső-háromszög alakú egyenletrendszerek megoldása  $a_{ii} \neq 0$  esetén:

$$x_k = \left( b_k - \sum_{i=k+1}^n a_{ki} x_i \right) / a_{kk} \quad k = n \dots 1 \quad (1)$$

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Megjegyzés:** Az (FHM) műveletigénye  
 $n + 2(0 + 1 + \dots + (n - 1)) = n^2$ .

**Példa:**

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14$$

$$x_2 + 2x_3 = 8$$

$$3x_3 = 9$$

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Fogalom:** Alsó-háromszög alakú mátrixok.

**Módszer(AHM):** Alsó-háromszög alakú egyenletrendszer megoldása  $a_{ii} \neq 0$  esetén:

$$x_k = \left( b_k - \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} x_i \right) / a_{kk} \quad k = 1 \dots n \quad (2)$$

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Megjegyzés:** Az (AHM) műveletigénye  
 $n + 2(0 + 1 + \dots + (n - 1)) = n^2$ .

**Példa:**

$$\begin{aligned}x_1 &= 1 \\2x_1 + x_2 &= 4 \\3x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 14\end{aligned}$$

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Fogalom:** Felső-háromszög alakra hozás.

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Módszer:** Gauss-elimináció (GE):

$$U = A$$

*gond*=nincs

**for**  $i = 1 \dots n$  **do**

**if**  $0 == u_{ii}$  **then**

*gond*=van

        break

**end if**

**for**  $j = (i + 1) \dots n$  **do**

$$l_{ji} = u_{ji} / u_{ii}$$

$$u_j = u_j - l_{ji} u_i$$

**end for**

**end for**

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Megjegyzés:** Az (GE) műveletigénye

$$(n-1) + 2((n-1)^2 + \dots + 2^2 + 1^2) \leq 2n^3/3.$$



# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Példa:**

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 8 \\ -4x_1 - 3x_2 - 3x_3 &= -12 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= 4\end{aligned}$$

# Lineáris egyenletrendszerek megoldása

**Fogalom:** Szigorúan domináns főátlójú mátrixok.

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}| \quad i = 1 \dots n \quad (3)$$

**Állítás:** Szigorúan domináns főátlójú mátrixokra a (GE) *gond* nélkül fut le.