

## Lebegőpontos számok

Legyen  $a > 1$  a számábrázolás alapja,  $t > 1$  a mantissza hossza,  $k_-$  és  $k_+$  a karakterisztika alsó és felső korlátja.

**1.** Írjuk fel a legnagyobb ábrázolható lebegőpontos számot ( $M_\infty$ ), a legkisebb pozitív ábrázolható számot ( $\varepsilon_0$ ), illetve az 1 jobb- és baloldali szomszédját!

**2.** Adott  $a$ ,  $t$ ,  $k_-$  és  $k_+$  mellett hány darab lebegőpontos szám írható fel?

**3.**  $a = 2$ ,  $t = 4$  esetén írjuk fel az alábbi számok lebegőpontos alakját!

$$\frac{3}{16}, \quad -\frac{11}{4}, \quad 3.25, \quad \frac{5}{8}, \quad \frac{15}{128}$$

**4.**  $a = 2$ ,  $t = 4$ ,  $k_- = -3$ ,  $k_+ = 3$  esetén írjuk fel az alábbi számokhoz rendelt lebegőpontos számot szabályos kerekítés, ill. levágás esetén!

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{1}{27}, \quad e.$$

**5.**  $a = 2$ ,  $t = 4$ ,  $k_- = -3$ ,  $k_+ = 2$  esetén ábrázoljuk számegyenesen az összes pozitív lebegőpontos számot!

**6.** Legyen  $k_+ > t$ . Melyik a legkisebb természetes szám, amely nem lebegőpontos?

**7.** Legyen  $a = 2$ ,  $t = 4$ ,  $k_- = -4$ ,  $k_+ = 4$ , és jelölje  $\tilde{x}$  az  $x$ -hez rendelt lebegőpontos számot. Keressünk olyan  $x$ ,  $y > 0$  lebegőpontos számokat, melyekre

a)  $x \neq y$  és  $\widetilde{x - y} = 0$ ,

b)  $\widetilde{x + y} = x$ ,

c)  $x + y \in [-M_\infty, M_\infty]$ , de  $x + y$  nem lebegőpontos szám!

**8.** Legyen  $t < k_+$ ,  $s \in (0, 1)$  lebegőpontos szám és

$$A = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Lehet-e túlsordulás, ha  $\frac{1}{\det A}$  értékét számítógéppel számítjuk ki?

**9.** Mi történik, ha a számítógépen az  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$  divergáló sorozatot az  $S_{n+1} = S_n + \frac{1}{n+1}$  algoritmussal számítjuk ki?

**P1.** Vizsgálja meg számítógépén a  $0.4 - 0.5 + 0.1 == 0$  logikai kifejezés értékét! Mi lesz a  $0.1 - 0.5 + 0.4 == 0$  logikai kifejezés értéke?

**P2.** Határozza meg számítógépén  $\varepsilon_1$  és  $\varepsilon_0$  értékét!

**P3.** Vizsgálja meg számítógépén a  $2^{66} + 1 == 2^{66}$ ,  $2^{66} + 10 == 2^{66}$ ,  $2^{66} + 100 == 2^{66}$ ,  $2^{66} + 1000 == 2^{66}$  és  $2^{66} + 10000 == 2^{66}$  logikai kifejezések értékét! Határozza meg azt a legkisebb pozitív egész  $n$  számot, melyre a  $2^{66} + n == 2^{66}$  kifejezés értéke hamis.

**P4.** Legyen  $x = 1/3$ . Ciklusban futtassuk le negyvenszer az  $x = 4x - 1$  utasítást, ami elméletileg az  $x = 1/3$  értéket adja vissza. Mit tapasztalunk a gyakorlatban?

**P5.** Az alábbi algoritmus elméletileg minden  $x \geq 0$  esetén az  $x$  eredeti értékét adja vissza. Vizsgálja meg mi történik a gyakorlatban, ha az algoritmust  $x = 1000$ ,  $x = 100$  kezdőértékkel futtatja! Mi az oka a tapasztalt jelenségnek?

```
for i = 1 : 60
    x = sqrt(x)
end
for i = 1 : 60
    x = x^2
end
```

**P6.** Tekintsük az alábbi azonosságot (ahol  $x \neq 0$ )!

$$\left(\frac{\frac{1}{x^2}}{10} + 1\right)x^2 - x^2 = 0.1$$

Az  $x = 1, \dots, 100$  értékekre számítógépén tesztelje a fenti egyenlőség teljesülését!

**P7.** Ismert, hogy  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ . Számítsa ki az  $\frac{e^x - 1}{x}$  hányados értékét egyre csökkenő  $x$  értékek esetén! ( $x = 1$  kezdőértékkel  $x$ -et 40-szer, 200-szor, 2000-szer felezgetve írassa ki a kifejezés értékét!) Magyarázza meg a tapasztalt jelenséget!