

## 2.6 Lagrange interpoláció

1. Határozzuk meg az alábbi pontokra illeszkedő minimális fokszámú polinomot!

(a)  $(-3, -6), (-2, -17), (-1, -8), (1, -2), (2, 19)$

(b)  $(-3, -31), (-2, -8), (1, 1), (2, 22)$

(c)  $(-2, -13), (-1, -4), (1, 2)$

(d)  $(-2, -5), (-1, 3), (0, 1), (2, 15)$

(e)  $(-1, 4), (1, 2), (2, 10), (3, 40)$

(f)  $(-2, 38), (-1, 5), (1, -1), (2, -10), (3, -7)$

2. Határozzuk meg a  $(-2, -6), (0, 4), (1, -3), (2, -10)$  pontokra illeszkedő minimális fokszámú polinomot! Határozzuk meg azt a minimális fokszámú polinomot, amely az előző pontokon kívül áthalad a  $(-1, 2)$  ponton is!

3. Közelítsük az  $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2}x)$  függvényt a  $[-1, 1]$  intervallumon másodfokú polinommal a  $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 1$  pontokra támaszkodva!

4. Az alábbi táblázatban egy másodfokú  $p$  polinom helyettesítési értékei láthatóak, melyek közül pontosan egy hibás. Határozza meg a hibás értéket, helyettesítse a helyes értékkel és adja meg a  $p$  polinomot!

$x_i$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$
$p_i$	$15$	$9$	$5$	$3$	$2$	$5$

5. Becsüljük meg az interpoláció maximális hibáját az alappontok által kifeszített intervallumon, ha az  $f(x) = e^{-x}$  függvényt közelítjük az  $x_0 = -1, x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 0$  alappontokra támaszkodva!

6. Igazoljuk, hogy ha  $f$  kétszer folytonosan differenciálható, akkor lineáris interpoláció esetén az interpoláció hibájára

$$|f(x) - L_1(x)| \leq \frac{M_2}{8} \cdot h^2, \quad a \leq x \leq b$$

teljesül, ahol  $a$  és  $b$  a két alappont,  $h = b - a$  és  $M_2 = \max_{a \leq x \leq b} |f''(x)|$ .

7. Milyen sűrűn kell megadni az  $f(x) = \cos(x)$  függvény értékeit az  $[0, \pi]$  intervallumon, hogy szakaszonként lineárisan interpolálva a hiba kisebb legyen, mint  $0,5 \cdot 10^{-4}$ ?