

Alk. mat. teszt

March 4, 2020

Minden kérdésnél **egy** helyes válasz van. A helyesnek gondolt lehetőséget karikázd be! A helyes megoldásra kapható pontokat a feladatok mellett találod. Rossz válasz esetén -1 büntetőpont jár. Minden kérdésnél a megoldás menetét is vázold, egyébként **nem** jár pont. Az értékelés sémája:

(%)	<39	40-54	55-69	70-84	>85
jegy	1	2	3	4	

1 LKN

Legyen P a következő ponthalmaz:

$$(-1, 1), (-2, 0), (2, 0), (2, 2), (-1, 2)$$

1. A P -re legjobban illeszkedő egyenes, és értéke 1-ben: (4)

A. $\frac{1}{14}t - 1$ and $-\frac{13}{14}$ B. $-\frac{1}{14}t - 1$ and $-\frac{15}{14}$
C. $\frac{1}{14}t + 1$ and $\frac{15}{14}$ D. $-\frac{1}{14}t + 1$ and $\frac{13}{14}$

2. Keressük a P -re legjobban illeszkedő $F(t) = x_1 + x_2 \cos(\pi t)$ alakú függvényt. Ekkor Gauss-féle normál egyenlet A mátrixa: (3)

A. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

2 Felbont

Legyen adott A és b :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Keress meg az A mátrix LU felbontását és determinánsát és oldd meg $Ax = b$ rendszert!

1. Az $Ly = b$ és $Ux = y$ megoldásvektorai és $\det(A)$ rendre: (7)

A. $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, -1.$ B. $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, -1.$

C. $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, -1.$ D. $\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, 1.$

3 Normák

legyen

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 2 & -6 & 5 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

1. A $\|x\|_1, \|Ax\|_1, \|x\|_2, \|A\|_1, \|A\|_\infty$ mennyiségek rendre: (5)

A. $4, 27, \sqrt{2}, 13, 11$ B. $4, 17, \sqrt{2}, 11, 13$

C. $4, 27, \sqrt{6}, 11, 13$ D. $4, 17, \sqrt{2}, 13, 11$

2. A fenti A -ra minden $v \in \mathbb{R}^3$ esetén igaz, hogy: (2)

A. $\|Av\|_1 \geq 11\|v\|_1$ B. $\|Av\|_1 < 11\|v\|_1$

C. $\|Av\|_1 \leq 11\|v\|_1$ D. $\|Av\|_1 > 11\|v\|_1$

4 Interpoláció

Legyen adott a következő Q ponthalmaz:

$$Q = (-1, 6), (0, 1), (2, 9).$$

1. A minimális fokszámú Q -ra illeszkedő $p(t)$ polinom: (4)

A. $6 - 5(t+1) + 3(t+1)t$ B. $6 + 5(t+1) + 3(t+1)t$

C. $6 - 5(t+1) - 3(t+1)t$ D. $6 + 5(t+1) - 3(t+1)t$

Bővítsük Q -t egy új ponttal, azaz legyen $Q = Q \cup (-2, 17)$:

$$Q = (-1, 6), (0, 1), (2, 9), (-2, 17)$$

2. Ekkor a minimális fokszámú Q -ra illeszkedő $q(t)$ polinom: (3)

A. $6 - 5(t+1) - 3(t+1)t + (t+1)t(t-2)$ B. $6 + 5(t+1) - 3(t+1)t - (t+1)t(t-2)$

C. $6 - 5(t+1) + 3(t+1)t$ D. $6 + 5(t+1) + 3(t+1)t - (t+1)t(t-2)$

5 Saját

1. Legyen adott az:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}!$$

Ekkor A sajátértékei és a hozzájuk tartozó egy-egy sajátvektor és A^2 sajátértékei rendre: (7)

- A. $1, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, -1, \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}, 1, 1$ B. $-2, \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, -1, \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}, 4, 1$
C. $-2, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, 1, \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}, 4, 1$ D. $2, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, -1, \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}, 4, 1$

6 Octave

1. A v értéke a parancsok futtatása után: (2)

```
v=1:5  
for i=1:4  
    v(i)=v(i)-v(i+1)  
end
```

- A. $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

2. A w értéke a parancsok futtatása után: (5)

```
w=10:-1:1  
for i=2:9  
    w(i)=2*w(i+1)+w(i)-w(i-1)  
end
```

- A. $\begin{bmatrix} 10 & 15 & 7 & 12 & 4 & 9 & 1 & 6 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} 10 & 15 & 7 & 12 & 4 & 9 & 1 & 6 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
C. $\begin{bmatrix} 10 & 15 & 7 & 12 & 4 & 9 & 1 & 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 10 & 15 & 7 & 12 & 4 & 9 & 1 & 6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

7 Elm

1. Adottak a $(t_0, f_0), \dots, (t_n, f_n)$ pontok a síkon.

A Lagrange-féle alaptétel az interpolációs polinomokról azt állítja, hogy: (4)

- A. Pontosan egy legfeljebb $n - 1$ fokú p polinom van, melyre
 $p(t_i) = f_i, \quad i = 0, \dots, n$, ha feltesszük, hogy a f_i értékek páronként különbözőek.
B. Pontosan egy legfeljebb $n - 1$ fokú p polinom van, melyre
 $p(t_i) = f_i, \quad i = 0, \dots, n$, ha feltesszük, hogy a t_i értékek páronként különbözőek.

- C. Pontosan egy legfeljebb n fokú p polinom van, melyre $p(t_i) = f_i$, $i = 0, \dots, n$, ha feltesszük, hogy a f_i értékek páronként különbözőek.
- D. Pontosan egy legfeljebb n fokú p polinom van, melyre $p(t_i) = f_i$, $i = 0, \dots, n$, ha feltesszük, hogy a t_i értékek páronként különbözőek.
2. Adott $n > 0$ pont $(t_1, f_1), \dots, (t_n, f_n)$ a síkon.
Keressük a legkisebb négyzetes értelemben legjobban illeszkedő

$$F(t) = x_1 + x_2 \cdot \cos(\pi t) + x_3 t$$

alakú függvényt. Ekkor:

(3)

- A. mindig legfeljebb egy megoldás létezik.
- B. mindig legalább egy megoldás létezik.
- C. mindig végtelen sok megoldás van.
- D. a pontoktól függ, hogy van-e egyáltalán megoldás.

8 Lebeg

Legyen adott az

$$\mathcal{F} = [a = 2, k_- = -4, k_+ = 4, t = 5].$$

lebegőpontos rendszer.

1. A $\varepsilon_0, M_\infty, 1_+$ mennyiségek és a pozitív normalizált elemek száma $\mathcal{F}$ -ben rendre: (4)
- A. $\frac{1}{32}, 15.5, \frac{17}{16}, 144$ B. $\frac{1}{64}, 15.5, \frac{9}{8}, 96$
- C. $\frac{1}{32}, 63.25, \frac{9}{8}, 144$ D. $\frac{1}{64}, 31.5, \frac{17}{16}, 96$
2. Legyen $x = 0.456$. Ábrázoljuk x -et $\mathcal{F}$ -ben szabályos kerekítést használva. Ekkor x reprezentációja és a jobboldali szomszédja: (3)
- A. $2^{-1} 0.11101$ and $2^{-1} 0.11110$ B. $2^{-2} 0.11100$ and $2^{-2} 0.11101$
- C. $2^{-1} 0.11011$ and $2^{-1} 0.11100$ D. $2^{-2} 0.11001$ and $2^{-2} 0.11010$