

PhD Logika I.

Mihálydeák Tamás

mihalydeak@inf.unideb.hu

2017. február 23.

Tartalomjegyzék

1. A logika feladata	4
2. A helyes következtetés	4
3. Történeti áttekintés	5
3.1. Ókori kezdetek, Arisztotelész (Kr.e. 384–322)	6
3.2. Leibniz (1646-1716)	8
3.3. Gottlob Frege (1848-1925)	9
4. Logika és nyelv	10
5. Logikai grammatika	13
5.0.1. Definíció	14
5.1. Nevek	15

6. Logikai szemantika	15
6.1. A mondatok szemantikai értékei	15
6.2. A nevek szemantikai értékei	16
6.2.1. A deskripciók és a tulajdonnevek:	16
6.2.2. Deskripciók	17
6.3. A funktorok szemantikai értéke	18
6.4. A szemantikai értékek rendszere	19
7. Extenzionális logika	20
7.1. Nyelvi eszközök	21
7.2. Logikai funktorok	22
7.2.1. Konjunkció	22
7.2.2. A konjunkció tulajdonságai	23
7.2.3. A logikai ekvivalencia fogalma	23
7.2.4. Alternáció	24
7.2.5. Az alternáció tulajdonságai	25
7.2.6. A konjunkció és az alternáció kapcsolata	26
7.2.7. Negáció	26
7.2.8. Az negáció tulajdonságai	27
7.2.9. A kondicionális	29
7.2.10. Az kondicionális tulajdonságai	31
7.2.11. Bikondicionális	32
7.2.12. A bikondicionális tulajdonságai	33
7.2.13. Az igazságfunktorkok elmélete	34
7.3. Centrális logikai (szemantikai) fogalmak	35
7.3.1. Interpretáció, értékelés, modell	35
7.3.2. Centrális logikai (szemantikai) fogalmak	36
7.3.3. A centrális logikai fogalmak tulajdonságai	37
7.4. Az univerzális és az egzisztenciális kvantifikáció	38
7.4.1. Univerzális és egzisztencia-állítások	38

7.4.2. A tipikus univerzális állítások logikai szerkezete	39
7.4.3. A tipikus egzisztencia-állítások logikai szerkezete	40
7.4.4. A tipikus kvantifikált állítások közötti kapcsolatok	41
7.4.5. A kvantifikációk szemantikai szabályai	42
7.4.6. A változók előfordulásai	43
7.4.7. A kvantifikáció alapvető törvényei	44



1. A logika feladata

- A helyes következtetés törvényszerűségeinek a feltárása
- Az információközlésben kulcsszerepet játszó kifejezések jelentésének a megadása
- Tudomány-e a logika?

2. A helyes következtetés

1. Következtetés: viszony (a premissák és a konklúzió között)
2. Helyes következtetés: a premissák igazsága maga után vonja a konklúzió igazságát (a premissák valamely tulajdonsága öröklődik a konklúzióra)
3. Logikailag helyes következtetés: ha az örökítés szükségszerű

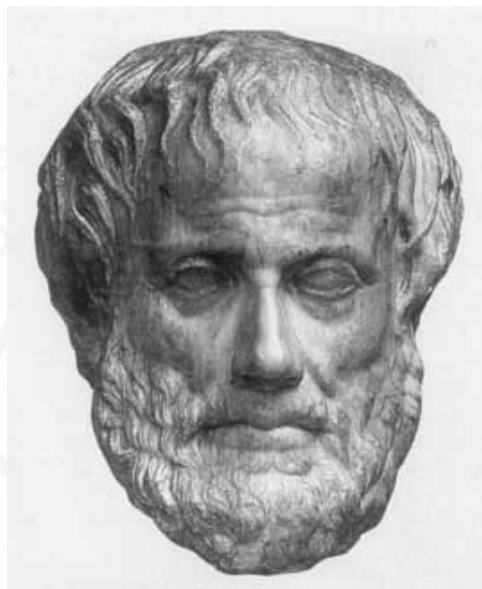
3. Történeti áttekintés



3.1. Ókori kezdetek, Arisztotelész (Kr.e. 384–322)



Elválasztja a premissák igazságának és a következtetés helyességének a kérdését



1. A bizonyító érvelés
2. Az ellentmondás elve: „A legbiztosabb alapelv... ez: lehetetlen, hogy egy és ugyanaz a valami ugyanakkor, ugyanabban a tekintetben ...vonatkozzék is valamire, meg nem is.” (1005b19-23)
3. A kizárt harmadik elve: „‘Az ellentmondás két tagja között nem állhat fenn semmi közbeeső, hanem mindenről mindent vagy állítani vagy tagadni kell.’”(1011b 23-24)

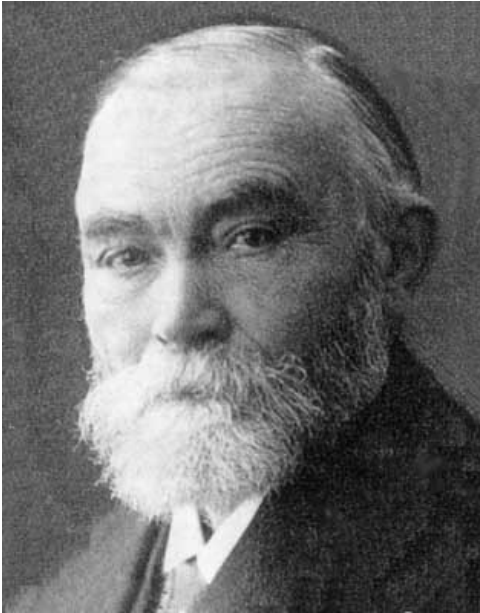
3.2. Leibniz (1646-1716)



Charactristica universalis:

- A logika formális nyelveinek alapeszméje
- Szintaktikai vezetésfogalom szükségessége

3.3. Gottlob Frege (1848-1925)

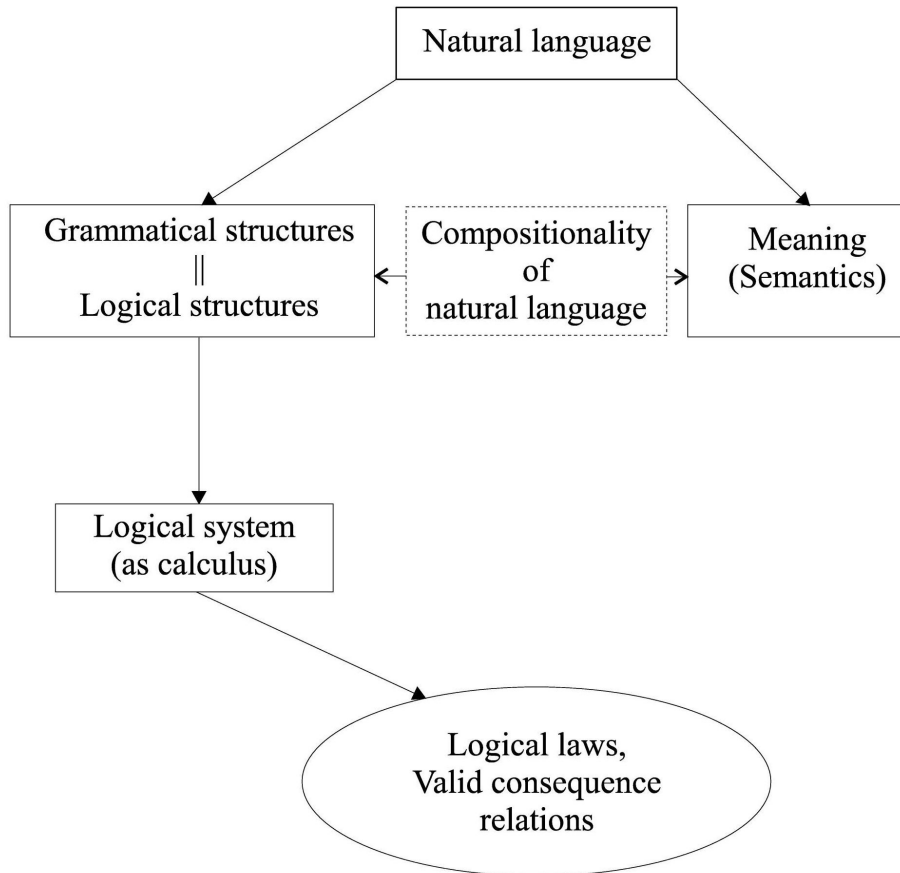


1. Fogalomírás:

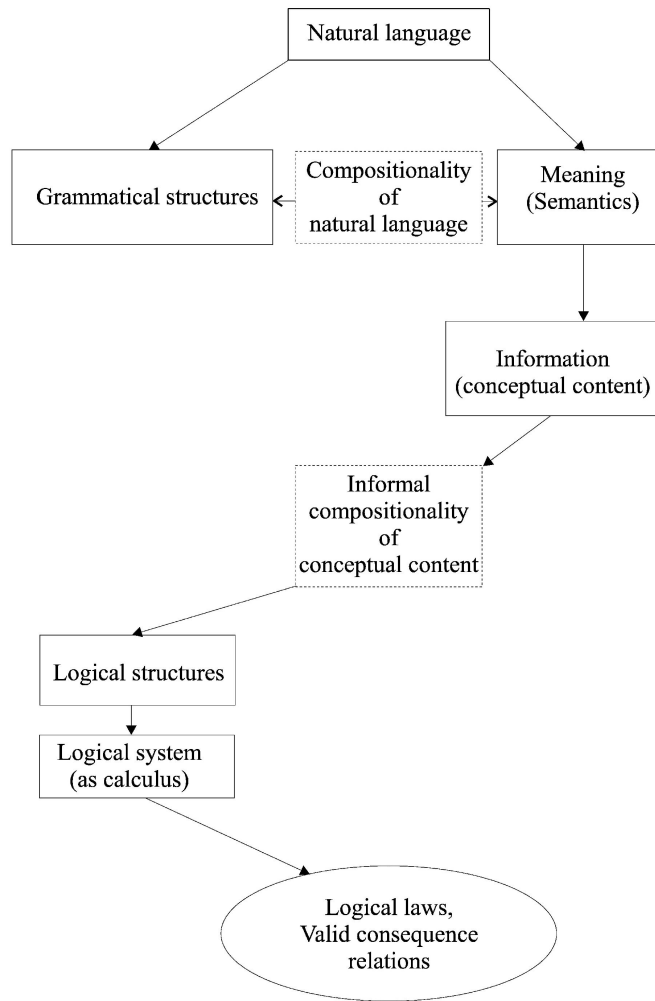
- Fogalmi tartalom
- Funktor-argumentum felbontás
- Kompozicionalitás elve

2. Jelentés és jelöllet: A kétkomponensű szemantika megjelenése

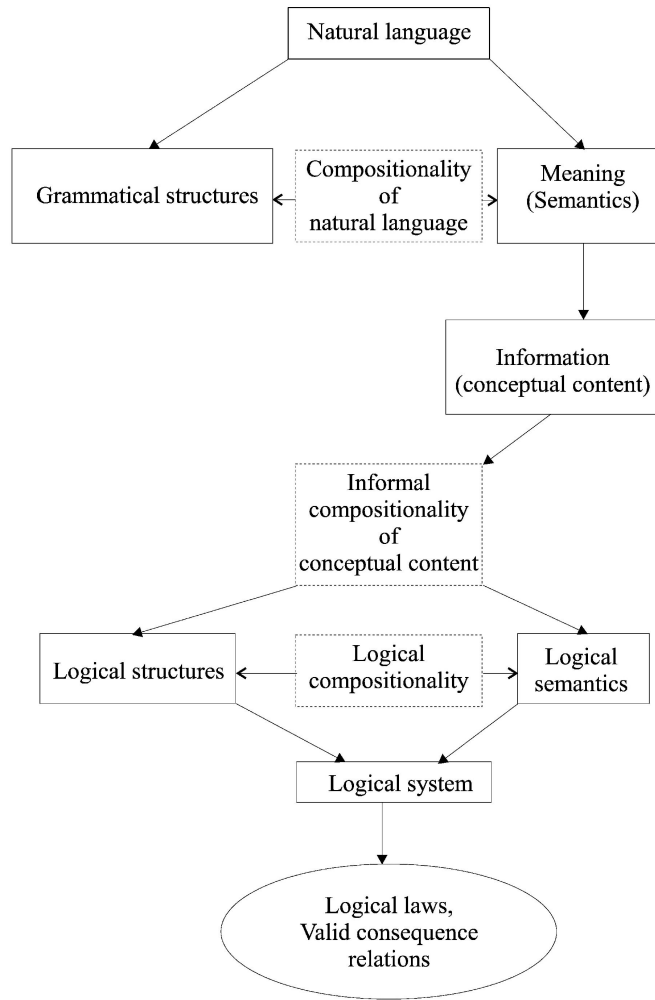
4. Logika és nyelv



A Frege előtti szituáció



A grammatikai és a logikai struktúrák különválása



A logikai (formális) szemantika helye

5. Logikai grammatika

- Feladata: A *fogalmi tartalom* lehetséges struktúráinak összegyűjtése.
 - funktor–argumentum felbontás
 - (informális) logikai kompozicionalitás
- Két fő 'kifejezéscsoport':
 1. befejezett kifejezések;
Önmagukban is képesek egy meghatározott (szemantikai) feladat ellátására.
 - mondat ($\longleftrightarrow$ információtartalom)
Típuskód: o (R. Montague: t , truth value)
 - név ($\longleftrightarrow$ objektum)
Típuskód: ι (R. Montague: e , entity)
 2. hiányos kifejezések (funktorkok)
Kitöltetlen helyet (helyeket) tartalmaznak. (Csak más kifejezésekkel összekapcsolva képesek az információközlésben részt venni.)

- Típuskód: $\alpha(\beta)$ (R. Montague: $\langle \beta, \alpha \rangle$), ahol β a bemenet, α pedig a kimenet típusának a kódja.

Például:

1. predikátumok: $o(\iota)(\iota) \dots (\iota)$ (röviden $o(\iota)_n$)

Például: '... *okos*', '... *szereti* ... $-t$ '

2. mondatfunktorok: $o(o)(o) \dots (o)$ (röviden $o(o)_n$)

Például: '... *mert* ...', '... *és* ...'

3. névfunktorok: $\iota(\iota)(\iota) \dots (\iota)$ (röviden $\iota(\iota)_n$)

Például: '... *anyja*'

5.0.1. Definíció

A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy

1. $o, \iota \in TIP$;
2. Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.

5.1. Nevek

- tulajdonnevek $\mapsto$ névparaméterek
például: *Arisztotelész*
- deskripciók
például: *Platón Sztagéirából származó tanítványa*
- névmások $\mapsto$ változók
például: *ez, az, ő ...*

Megjegyzés: a pontos különbségtételhez szemantikai megfontolások szükségesek.

6. Logikai szemantika

6.1. A mondatok szemantikai értékei

1. logikailag releváns jelentés: mondatintenzió
2. igazságérték: igaz, hamis
3. köztes érték: állítás (egyértelmű információtartalom)

6.2. A nevek szemantikai értékei

1. a név intenziója: ????
2. a név által jelölt objektum (jelölet, denotátum, referencia)

6.2.1. A deskripciók és a tulajdonnevek:

- Fő kérdés: Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?
 - Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.
 - * De: Ez szemantikai bizonytalanságot okoz a nyelvhasználatban, hiszen az *Arisztotelész* név az alábbi leírások bármelyikét rövidítheti:

Platón tanítványa és Nagy Sándor nevelője

Platón Sztageirából származó tanítványa

- * Mit jelent a következő mondat?

Arisztotelész Sztageirából származott.

- Frege: Egy tökéletes nyelvben ilyen ingadozásoknak nem szabad előfordulniuk.

6.2.2. Deskripciók

- A deskripciók olyan nevek, amelyek jelentésük által jelölnek.
- A deskripciók nem merev jelölők;

Ezzel szemben (Kripke):

- A tulajdonneveknek nincs jelentésük abban az értelemben, hogy ez meghatározná denotátumukat.
- A tulajdonnevek merev jelölők.

6.3. A funktorok szemantikai értéke

- a funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
 - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alalpfogalom.
 - Minden funktornak van intenziója.
- Extenzionális–intenzionális megkülönböztetés:
 - Extenzionális az a funktor, amelyhez rendelhető olyan szabály, amely az argumentum extenziójából meghatározza a kimenet extenzióját.
 - A nem extenzionális funktorokat intenzionális funktoroknak nevezzük.

6.4. A szemantikai értékek rendszere

	intenzió	extenzió (faktuális érték)
mondat	igazságfeltételek összessége	igazságérték
név	a denotátumot meghat. feltételek	denotátum
funktor	szabály: intenzió $\rightarrow$ intenzió	szabály: extenzió $\rightarrow$ extenzió

	Extenzió (Faktuális érték)	Intenzió
Mondat	+	+
Tulajdonnév	+	–
Deskripció	+	+
Névmás	+	–
Extenzionális funktor	+	+
Intenzionális funktor	–	+

7. Extenzionális logika

- Olyan logikai rendszer, amelyben csak extenzionális kifejezések szerepelnek, azaz mondatok, nevek és extenzionális funktorok.
- Az extenzionális logikában a kifejezések szemantikai értékeiként csak azok faktuális értékei (extenziói) szerepelnek:
 - mondat $\mapsto$ igazságérték
 - név $\mapsto$ denotátum
 - funktor $\mapsto$ extenzió
(bemenet extenziója $\mapsto$ kimenet extenziója)

7.1. Nyelvi eszközök

- Nemlogikai eszközök:
 - mondat $\mapsto$ mondatparaméter (p, q, r)
 - tulajdonnév $\mapsto$ névparaméter (a, b, c)
 - névmás $\mapsto$ változó (x, y, z)
 - predikátum $\mapsto$ predikátum-paraméter (P, Q, F, G)
- Logikai eszközök:
 - művelet: funktor kitöltése argumentummal
 - * $a + P_{(1)} : P(a)$
 - * $x + y + a + Q_{(3)} : Q(x)(y)(a)$
 - logikai funktorok

7.2. Logikai funktorok

7.2.1. Konjunkció

- Két állítás együttes teljesülésének kifejezésére szolgál.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: és
- Logikai jele: $\&$
- $o(o)(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz kétargumentumú igazságfunktor.
- Példák:
 - *Esik az eső és fúj a szél.*: $p\&q$
 - *Péter és Éva szereti a sajtot.*: $P(a)\&P(b)$, ahol P : ...szereti a sajtot, a : Péter, b : Éva.
 - De: A Péter és Éva barátok. állítás nem adható meg ilyen módon.

7.2.2. A konjunkció tulajdonságai

- A konjunkció igazságtáblázata:

$\&$	0	1	(q)
0	0	0	
1	0	1	
(p)			

- A konjunkció tulajdonságai:

- Felcserélhető (kommutatív): $|p\&q| = |q\&p|$
 p, q bármely behelyettesítése esetén.
- Csoportosítható (asszociatív):
 $|p\&(q\&r)| = |(p\&q)\&r|$
- Idempotens: $|p\&p| = |p|$

7.2.3. A logikai ekvivalencia fogalma

Két sémát logikailag ekvivalensnek nevezünk, ha a bennük szereplő paraméterek minden szabályos behelyettesítése esetén a sémákból nyert állítások igazságértéke megegyezik. (Jele: $\iff$)

7.2.4. Alternáció

- Két állítás közül legalább az egyik igazságának a kifejezésére szolgál.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *vagy* (megengedő értelemben)
- Logikai jele: $\vee$
- $o(o)(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz kétargumentumú igazságfunktor.
- Példák:
 - *Esik az eső vagy fúj a szél.*: $p \vee q$
 - *Péter vagy Éva szereti a sajtot.*: $P(a) \vee P(b)$, ahol P : ... szereti a sajtot, a : Péter, b : Éva.
 - Pontosabban: *Péter és Éva közül legalább az egyik szereti a sajtot.*

7.2.5. Az alternáció tulajdonságai

- Az alternáció igazságtáblázata:

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

- Az alternáció tulajdonságai:

- Felcserélhető (kommutatív): $p \vee q \iff q \vee p$
- Csoportosítható (asszociatív):
$$p \vee (q \vee r) \iff (p \vee q) \vee r$$
- Idempotens: $p \vee p \iff p$
- $p \Rightarrow p \vee q$, ahol $\Rightarrow$ a logikai következmény jele.

- $\{A_1, A_2, \dots, A_n\} \Rightarrow B$, ha a premisszában és a konklúzióban szereplő paraméterek minden szabályos behelyettesítése esetén, amennyiben $A_1, A_2, \dots, A_n$ igaz, úgy B is igaz.

7.2.6. A konjunkció és az alternáció kapcsolata

$\&$	0	1
0	0	0
1	0	1

	1	0
1	1	1
0	1	0

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

A fenti tulajdonság azt jelenti, hogy a konjunkció és az alternáció egymás duálisai.

7.2.7. Negáció

- Az állítás tagadásának a kifejezésére szolgál, azaz annak kifejezésére, hogy egy állítás hamis igazságértékű.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *nem; nem igaz, hogy ...*
- Logikai jele: $\sim$
- $o(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz egyargumentumú igazságfunktör.

- Példák:

- *Nem esik az eső. A szél nem fúj.*: $\sim p$, illetve $\sim q$
- *Péter és Éva nem szereti a sajtot.*:
 $\sim P(a) \& \sim P(b)$
- *Nem igaz az, hogy Péter és Éva szereti a sajtot.*: $\sim (P(a) \& P(b))$
(azt tagadjuk, hogy mindeketten szeretik a sajtot)

7.2.8. Az negáció tulajdonságai

- Az negáció igazságtáblázata:

$\sim$	$\sim p$
0	1
1	0

- A kettős negáció törvénye: $\sim \sim p \iff p$
- $p \vee q, \sim p \Rightarrow q$

- A negáció, a konjunkció és az alternáció kapcsolata, a De Morgan törvények:
- Mit állítunk akkor, amikor egy konjunkciót tagadunk?
- Mit állítunk akkor amikor egy alternációt tagadunk?
 - $\sim (p \& q) \iff \sim p \vee \sim q$
 - $\sim (p \vee q) \iff \sim p \& \sim q$
 - A De Morgan törvények bizonyítása.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \& \sim q$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0

7.2.9. A kondicionális

- A kondicionális definiáló logikai ekvivalenciája:

$$p \supset q \iff_{def} \sim (p \& \sim q)$$

- Az kondicionális igazságtáblázata:

$\supset$	0	1
0	1	1
1	0	1

- A feltételes állítás: *Ha p, akkor q.*
 - Ha medvécske volna a méhecske, fatörzs alján gyűlné a mézecske.
 - Micimackó így szólt: „Ha a palack is tud úszni, akkor a csupor is tud úszni, és ha a csupor tud úszni, akkor én ráülhetek az egyik csuporra, és én is tudok úszni...”

- Megarai iskola értelmezései:
 - Diodórosz: Az a feltételes állítás helytálló, amelyre nem volt és nem is lehetséges, hogy igazzal kezdődve hamissal végződjék.
 - Összefüggés alapján: Az a feltételes állítás igaz, amelyben az utótag ellentmondó párja összeférhetetlen az előtaggal.
 - Bennfoglalás alapján: Az a feltételes állítás igaz, amelynek utótagja potenciálisan benne van az előtagban.
 - Philon: Akkor és *csak akkor* hamis a feltételes állítás, ha előtagja igaz, utótagja pedig hamis.
- A kondicionális mint a feltételes állítás modellje

7.2.10. Az kondicionális tulajdonságai

- $|p \supset p| = 1$, azaz $\Rightarrow p \supset p$
- Az A formulát logikai igazságnak (érvényes formulának) nevezzük, ha a benne szereplő paraméterek minden szabályos behelyettesítése esetén $|A| = 1$.
- Modus ponens (leválasztási szabály): $\{p \supset q, p\} \Rightarrow q$
- Modus tollens (indirekt cáfolás sémája):
 $\{p \supset q, \sim q\} \Rightarrow \sim p$
- Láncszabály: $\{p \supset q, q \supset r\} \Rightarrow p \supset r$
- Kontrapozíció: $p \supset q \iff \sim q \supset \sim p$
- Áthelyezési törvény: $(p \& q) \supset r \iff p \supset (q \supset r)$
- $\sim p \Rightarrow p \supset q$
- $q \Rightarrow p \supset q$

7.2.11. Bikondicionális

- Annak kifejezésére szolgál, hogy két állítás igazságértéke megegyezik.
- Tipikus természetes nyelvi megfelelője: *akkor és csak akkor*
- Logikai jele: $\equiv$
- $o(o)(o)$ típusú extenzionális funktor, azaz kétargumentumú igazságfunktor.
- Példák:
 - *Akkor és csak akkor esik az eső, ha fúj a szél.:* $p \equiv q$
 - *A csak akkor kérdése: Csak akkor megyek moziba, ha jó filmet adnak.*

7.2.12. A bikondicionális tulajdonságai

- A bikondicionális definiáló logikai ekvivalenciája:

$$p \equiv q \iff_{def} (p \supset q) \& (q \supset p)$$

- Az bikondicionális igazságtáblázata:

$\equiv$	0	1
0	1	0
1	0	1

- $\Rightarrow p \equiv p$

7.2.13. Az igazságfunktorkok elmélete

- A bázis fogalma: Igazságfunktorkok egy olyan halmazát értjük bázison, amelynek elemeivel minden igazságfunktork kifejezhető.
 - Például: $\{\sim, \supset\}, \{\sim, \&\}, \{\sim, \vee\}$
 - Sheffer művelet: $p|q \iff \sim (p\&q)$
 - Sem–sem művelet: $p \parallel q \iff \sim p\& \sim q$
 - Megjegyzés: Mind a két művelet önmagában is bázist alkot.

7.3. Centrális logikai (szemantikai) fogalmak

7.3.1. Interpretáció, értékelés, modell

- Interpretáció: értéket rendel a paraméterekhez, azaz a nyelv nemlogikai konstansaihoz. Jelölés: $\langle U, \varrho \rangle$
- Értékelés: (egy adott interpretációban) értéket rendel a változókhoz. Jelölés: v
- Egy adott formulahalmaz modelljének a fogalma: olyan interpretáció és (az interpretációra támaszkodó) értékelés együttese, amelyben a tekintett formulahalmaz minden eleme igaz.
- Γ : formulahalmaz; $M = \langle U, \varrho, v \rangle$, ahol $\langle U, \varrho \rangle$ egy interpretáció, v egy $\langle U, \varrho \rangle$ -ra támaszkodó értékelés, és minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1$
- $M \models A$, ha $|A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1$

7.3.2. Centrális logikai (szemantikai) fogalmak

- **Kielégíthetőség:** Egy formulahalmaz kielégíthető, ha van modellje. (Van olyan interpretáció és (rá támaszkodó) értékelés, hogy a formulahalmaz minden eleme igaz az adott interpretáció és értékelés szerint.)
- **Kielégíthetetlenség:** Egy formulahalmaz kielégíthetetlen, ha nem kielégíthető.
 - **Kielégíthető:** nem tartalmaz logikai ellentmondást.
 - **Kielégíthetetlen:** logikai ellentmondást tartalmaz.
- A Γ formulahalmaznak logikai következménye az A formula ($\Gamma \models A$), ha a $\Gamma \cup \{\sim A\}$ formulahalmaz kielégíthetetlen.
- Az A formula érvényes ($\models A$), ha $\emptyset \models A$.

7.3.3. A centrális logikai fogalmak tulajdonságai

- Egy kielégíthető formulahalmaz minden részhalmaza kielégíthető. (A logikai ellentmondástalanság szűkítéssel nem rontható el.)
- Egy kielégíthetetlen formulahalmaz minden bővítése kielégíthetetlen. (A logikai ellentmondás bővítéssel nem szüntethető meg.)
- Ha A érvényes formula ($\models A$), akkor minden Γ formulahalmaz esetén $\Gamma \models A$. (Egy érvényes formula minden formulahalmaznak következménye.)
- Ha a Γ formulahalmaz kielégíthetetlen, akkor minden A formula esetén $\Gamma \models A$. (Egy kielégíthetetlen formulahalmaznak minden formula következménye.)
- Dedukció tétel:
Ha $\Gamma \cup \{A\} \models B$, akkor $\Gamma \models A \supset B$.
- Metszet tétel:
Ha $\Gamma \cup \{A\} \models B$ és $\Delta \models A$, akkor $\Gamma \cup \Delta \models B$.

7.4. Az univerzális és az egzisztenciális kvantifikáció

7.4.1. Univerzális és egzisztencia-állítások

- Az univerzális állítások leggyakoribb és legkönnyebben felismerhető alakja:
 1. Minden $F - G$ (ahol F és G monadikus predikátumok)
 2. vagy: Minden, ami F , az G
 3. Pl.: *Minden ember halandó.*
- Az egzisztencia-állítások tipikus szabványalakja:
 1. Van olyan F , amely G
 2. vagy: Némely/néhány $F - G$
 3. Pl.: *Van olyan ember, aki halandó. (Némely/néhány ember halandó.)*

7.4.2. A tipikus univerzális állítások logikai szerkezete

- Minden ember halandó.
- Minden, ami/aki ember, az halandó.
- Mindenre teljesül, hogy ha ő ember, akkor ő halandó.
- Minden x -re teljesül, hogy ha x ember, akkor x halandó.
- Minden x -re teljesül, hogy $E(x) \supset H(x)$.
- $\forall x(E(x) \supset H(x))$ (Általánosított kondicionális)

7.4.3. A tipikus egzisztencia-állítások logikai szerkezete

- Némely/néhány ember halandó.
- Van olyan ember, aki halandó.
- Van olyan x , hogy x ember és x halandó.
- Van olyan x , hogy $E(x) \& H(x)$.
- $\exists x(E(x) \& H(x))$

7.4.4. A tipikus kvantifikált állítások közötti kapcsolatok

- Minden, ami F , az G . $\Rightarrow$ Nincs olyan F , amely nem G .
- (?) Minden, ami F , az G . $\Leftarrow$ Nincs olyan F , amely nem G .
- Minden, ami F , az nem G . $\Rightarrow$ Nincs olyan F , amely G .
- (?) Minden, ami F , az nem G . $\Leftarrow$ Nincs olyan F , amely G .
- Nem minden, ami F , az G . $\Longleftrightarrow$ Van olyan F , ami nem G .
- Nincs olyan F , amely G . $\Longleftrightarrow$ Egyetlen F sem G .

7.4.5. A kvantifikációk szemantikai szabályai

- Az univerzális kvantor alkalmazásának általános szabálya: Ha A formula és x változó, akkor ' $\forall x(A)$ ' formula.
- Adott interpretáció és értékelés mellett egy ' $\forall x(A)$ ' szerkezetű formula akkor és csak akkor hamis, ha x értéke módosítható úgy — a többi változó értékét érintetlenül hagyva —, hogy A hamis legyen.
- Az egzisztenciális kvantor alkalmazásának általános szabálya: Ha A formula és x változó, akkor ' $\exists x(A)$ ' formula.
- Adott interpretáció és értékelés mellett egy ' $\exists x(A)$ ' szerkezetű formula akkor és csak akkor igaz, ha x értéke módosítható úgy — a többi változó értékét érintetlenül hagyva —, hogy A igaz legyen.

7.4.6. A változók előfordulásai

- Kötött előfordulás: egy formulában valamely változó azon előfordulásai kötöttek, amelyek univerzális vagy egzisztenciális kvantort követnek, vagy azonos változójú kvantor hatókörébe esnek.
- Szabad előfordulás: a nem kötött előfordulások.
- Nyitott formula: van benne szabad előfordulású változó.
- Zárt formula: nincs benne szabad előfordulású változó.

7.4.7. A kvantifikáció alapvető törvényei

- $\{\forall x(F(x) \supset G(x)), F(a)\} \Rightarrow G(a)$
- $\sim \forall x(A) \iff \exists x(\sim A)$
- $\sim \exists x(A) \iff \forall x(\sim A)$
- $\sim \forall x(\sim A) \iff \exists x(A)$
- $\sim \exists x(\sim A) \iff \forall x(A)$
- $\forall x(F(x)) \Rightarrow F(a)$
- $F(a) \Rightarrow \exists x(F(x))$
- $\forall x(A) \Rightarrow \exists x(A)$

