A mesterséges intelligencia alapjai

Mihálydeák Tamás

Számítógéptudományi Tanszék,
Informatikai Kar
Debreceni Egyetem
e-mail: mihalydeak.tamas@inf.unideb.hu
honlap: https://www.inf.unideb.hu/hu/node/680
saját honlap: https://arato.inf.unideb.hu/mihalydeak.tamas

February 3, 2018

Mesterséges (?) intelligencia (?!) [Artificial intelligence (AI)]

A mesterséges intelligencia (MI) néhány értelmezése

1. Emberi módon gondolkodó rendszerek
2. Emberi módon cselekvő rendszerek
3. Racionálisan gondolkodó rendszerek
4. Racionálisan cselekvő rendszerek

1. Emberi módon gondolkodni

- Meg kellene határozni, hogy az emberek hogyan gondolkodnak:
  - önelemzés
  - pszichológiai kísérletek
- Az MI számítógépes modelljeit és a pszichológia kísérleti technikáit a kognitív tudomány kapcsolja össze.

2. Emberi módon cselekedni

- Alan Turing (1912–1954)
- Turing teszt (1950): Valami intelligens, ha megkülönböztethetetlen egy vitathatatlanul intelligens entitástól.
- A számítógép akkor állja ki a próbát, ha az emberi kérdező néhány írásos kérdés feltétele után nem képes eldönteni, hogy az írásos válaszok egy embertől vagy egy géptől érkeznek-e.
  - természetes nyelv feldolgozása
  - tudásreprezentáció
  - automatizált következtetés
  - gépi tanulás
  - teljes Turing teszt:
    - gépi látás
    - robotika

3. Racionálisan gondolkodó rendszerek

- Arisztotelész (Kr.e. 384-322) logikája: a helyes következtetés törvényszerűségeinek első rendszerbe foglalása
- XIX.–XX. század: a logika modern elméleteinek létrejötte.
- Az MI logicista felfogása:
  - A hangsúly teljes egészében a helyes következtetéseken van.

4. Racionálisan cselekvő rendszerek: a racionális ágens

- Szemléletesen egy ágens nem más, mint valami, ami cselekszik.
- Egy racionális ágens a legjobb (várható) kimenetel érdekében cselekszik.
- A helyes következtetés része a racionális cselekvésnek: vannak olyan racionális cselekvések, amelyeknél a következtetésnek nyoma sincs (pl. reflexszerű cselekvések).
- Az MI mint a racionális ágensek tervezése:
  - általánosabb a gondolkodás törvényére koncentráló megközelítésnél;
  - tudományosan kezelhető: a racionalitás mértéke definiálható és általános.
- A továbbiakban a racionális ágensek általános elveire és a létrehozásukhoz szükséges komponensekre koncentrálunk.
  - Repülnek-e a fecskék?
  - Repülnek-e a repülõgépek?

Cihan H. Dagli

- "A gépi intelligencia emulálja, vagy lemásolja az emberi ingerfeldolgozást (érzékletfeldolgozást) és a döntéshozó képességet számítógépekkel. Az intelligens rendszereknek autonóm tanulási képességekkel kell bírniuk és alkalmazkodniuk kell tudni bizonytalan, vagy részlegesen ismert környezetekhez."

Aaron Sloman

- "A számítógéptudomány egy alkalmazott részterülete. A mesterséges intelligencia egy nagyon általános kutatási irány, mely az intelligencia természetének kiismerésére és megértésére, valamint a megértéséhez és lemásolásához szükséges alapelvek és mechanizmusok feltárására irányul."

Yoshiaki Shirai - Jun-ichi Tsujii

- "A mesterséges intelligencia kutatásának célja az, hogy a számítógépeket alkalmassá tegyük az emberi intelligenciával megoldható feladatok ellátására."

Peter Jackson

- "A mesterséges intelligencia a számítógéptudomány azon részterülete, amely az ember olyan kognitiv (megismerő) képességeit emuláló számítógépi programok tervezésével és alkalmazásával foglalkozik, mint a problémamegoldás, vizuális érzékelés és a természetes nyelvek megértése."

Filozófia (Kr.e. V. századtól)

- Általános kérdések
  - Lehet-e formális szabályok révén igaz konklúzióhoz jutni?
  - Hogyan emelkedik ki a mentális elme a fizikai agyból?
  - Honnan ered a tudás, és miképpen vezet cselekvéshez?
- Arisztotelész (Kr.e. IV.): helyes következtetések elmélete
- Ramon Lull (XIV.): a hasznos következtetést egy gépezetre lehetne bízni
- Leonardo da Vinci (XV.–XVI.): mechanikus kalkulátor megtervezése (ma már tudjuk, hogy működőképes volt!)
- Thomas Hobbes (XVII.): a következtetés olyan, mint egy numerikus számítás
- Schickard, Pascal (XVII.): az első ismert számítógép;
- Leibniz, Descartes (XVII.–XVIII.)
- Boole, Frege (XIX.), Russell, Wittgenstein, Carnap (XX.)

Matematika (IX. századtól)

- Melyek a helyes következtetések formális szabályai?
- Mi az, ami kiszámítható?
- Hogyan vagyunk képesek a bizonytalan információ alapján következtetéseket levonni?

Gazdaságtan(XVIII. századtól)

- Hogyan kell döntenünk, hogy a hasznunk maximális legyen?
- Mit kell tennünk, ha mások esetleg nem segítőkészek?
- Hogyan kell döntenünk, ha a haszonhoz csak a távoli jövőben jutunk el?

Neurális tudományok (XIX. századtól)

- Hogyan dolgozza fel az információt az agy?

Pszichológia (XIX. századtól)

- Hogyan gondolkoznak és cselekszenek az emberek és az állatok?

Számítógépes tudományok (XX. századtól)

- Hogyan lehet hatékony számítógépet építeni?

Irányításelmélet és kibernetika (XX. századtól)

- Hogyan működhet egy mesterségesen létrehozott eszköz a saját irányítása mellett?

Nyelvészet (XX. századtól)

- Mi a nyelv és a gondolat kapcsolata?

Érlelődés (1943–1955)

- McCulloch, Pitts: mesterséges neuron modell (1943)
  - Háttér: agyi neuronok működése, állításkalukulus (Russell, Whitehed), Turing számításelmélete
- Minsky, Edmonds: 40 neuronból álló hálózatot szimuláló első neurális számítógép (1951., SNARC, 3000 elektroncső)
- Turing: Comptuing Machinery and Intelligence: egy teljes elképzelés az MI-ről (Turing teszt, gépi tanulás, genetikus algoritmusok, megerősített tanulás)

Az MI megszületése (1956)

- 1956: Dartmouth: a mesterséges intelligencia megszületése
- Itt történt a névadás is. (Számítási racionalitás: lehet, hogy jobb név lett volna.)
- Az MI kezdetek óta megkísérli bizonyos emberi tulajdonságok duplikálását: kreativitás, önfejlesztés, nyelv használata.
- Az MI az egyetlen olyan terület, ahol bonyolult, változó környezetben autonóm módon működő gépek építése a cél.

Korai lelkesedés időszaka (1952–1969)

- Ez a "Nézze uram, biz' Isten magától megy" időszaka
- Általános problémamegoldó: General problem solver (GPS)
- Gelernter (1959): Geometry Theorem Prover.
- McCarthy (1958):
  - LISP: elsődleges MI programozási nyelv lett
  - Advice Taker: az első teljes MI rendszer: a tudásreprezentáció és a következtetés leglényegesebb elveinek megtestesítése

Hullámvölgy (1966-1973)

- A korai rendszerek csődöt mondtak, ha szélesebb körben vagy nehezebb problémákr akarták őket bevetni.
- Ok: a korai programok magáról a problémáról nagyon kevés tudást tartalmaztak: csupán egyszerű szintaktikai manipulálással értek el sikereket.
  - A szellem készséges, de a test gyenge. Kétszeres fordítás eredménye: A vodka jó, de a hús romlott.
- Az a tény, hogy egy program egy megoldás megtalálására elvben alkalmas, nem jelenti azt, hogy a program bármi olyan mechanizmust is tartalmaz, amely a megoldás gyakorlati megvalósításáához szükséges.
- Kombinatorikus robbanás.
- A használt struktúrák fundamentális korlátai: amit reprezentálni tud egy program, azt megtanulhatja, csak keveset tud reprezentálni.

Tudásalapú rendszerek (1969–1979)

- Heurisztikus programozási projekt

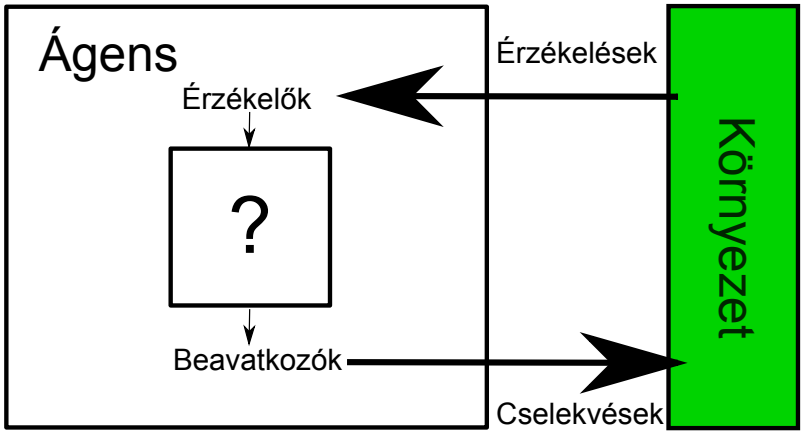
Az MI iparrá válik (1980-tól)

- 1980: néhány millió dolláros forgalom; 1988 2 milliárd dolláros forgalom

Az MI tudománnyá válik (1987-től)

- Az elegánsak győzelme a szakadtak felett

Intelligens ágensek kialakulása (1995-től)



- A mesterséges intelligencia: a környezetüket érzékelő és cselekvő ágensek tanulmányozása
- Ágens: érzékeléseket cselekvésre leképező függvényt valósít meg.

- Az ágens érzékelői segítségével érzékeli a környezetét, és beavatkozói segítségével megváltoztatja azt.
- Az ágens érzékelésének a fogalma:
  - egy tetszőleges pillanatban egy ágens érzékelő bemeneteinek összességét írja le;
- Egy ágens érzékelési sorozata az ágens érzékeléseinek teljes története (minden, amit az ágens valaha érzékelt).
- Általánosságban: egy adott pillanatban egy ágens cselekvése az addig megfigyelt teljes érzékelési sorozattól függhet:
  - Az ágens viselkedését egy ágensfüggvény írja le: az ágensfüggvény érzékelési sorozatot cslekvésre leképező függvény.
  - A mesterséges ágens belsejében az ágensfüggvényt egy ágensprogram valósítja meg.
    - ágensfüggvény: absztrakt matematikai leírás
    - ágensprogram: egy konkrét implementáció, amely az ágens architektúráján működik.
    - Pl.: porszívóvilág

A racionalitás koncepciója

- Racionális ágens: a helyesen cselekvő ágens
  - Helyes cselekedet: az a cselekedet, amely az ágenst legsikeresebbé teszi.
- Teljesítménymérték: az ágens sikerességének mértéke (az ágens tervezőjének kell meghatároznia)
- A teljesítménymértéket aszerint kell megállapítani, hogy mit akarunk elérni a környezetben, és nem aszerint, hogy miképp kellene az ágensnek viselkednie.

Mitől függ egy ágens racionalitása egy adott pillanatban?

- a siker fokát mérő teljesítménymértéktől;
- az ágens a környezetre vonatkozó tudásától;
- az ágens által végrehajtható cselekvésektől;
- az ágens érzékelési sorozatától (az adott pillanatig).

A racionális ágens értelmezése

- Az ideális racionális ágens minden egyes észlelési sorozathoz a benne található tények és a beépített tudása alapján minden elvárható dolgot megtesz a tejesítménymérték maximalizálásáért.
- A racionalitás nem azonos a mindentudással.
  - Egy mindentudó ágens tudja cselekedetei valódi kimenetelét, és ennek megfelelően cselekedhet.
  - A racionalitás az elvárt teljesítmény maximalizálja.
  - A tökéletesség a tényleges teljesítmény maximalizálja.

A racionalitás néhány alkotó eleme

- Információgyűjtés: a hasznos információk beszerzése, felfedezés.
- Tanulás: az ágens tapasztalata alapján az előzetes tudása módosulhat, átértékelődhet.

Az ágensek autonómiája

- Nem autonóm ágens: nem épít saját megfigyeléseire csak a beépített tudásra.
- Egy racionális ágensnek autonómnak kell lennie (mindent, amit megtanulhat, meg kell tanulnia ahhoz, hogy hibás előzetes tudását kompenzálja).

TKBÉ

- Teljesítmény
- Környezet
- Beavatkozók
- Érzékelők

A környezetek fajtái 1.

- teljesen megfigyelhető — részlegesen megfigyelhető
- determinisztikus — sztochasztikus
  - Determinisztikus a környezet, ha a környezet következő állapotát jelenlegi állapota és az ágens által végrehajtott cselekvés teljesen meghatározza
  - Sztochasztikus: egyébként
- Stratégiai a környezet, ha a környezet más ágensek cselekvéseit leszámítva determinisztikus (a sztochasztikus jelleget csak más ágensek viselkedése jelenti)

A környezetek fajtái 2.

- Epizódszerű — sorozatszerű
  - Epizódszerű: az ágens tapasztalata elemi epizódokra bontható, minden egyes epizód az ágens észleléseiből és egy cselekvésből áll. A következő epizód nem függ az előzőekben végrehajtott cselekvésektől (pl.: alkatrészeket tesztelő ágens)
  - Sorozatszerű: az aktuális döntés befolyásolhat minden továbbit (pl.: sakk, vezetés)
- Statikus — dinamikus
  - Ha a környezet megváltozhat, amíg az ágens "gondolkodik", akkor a környezet dinamikus (pl.: gépkocsi vezetés)
  - Statikus: egyébként (pl. keresztrejtvény)
  - Szemidinamikus környezet: ha környezet időben nem változik, de az ágens teljesítménymértéke igen (sakk, órával).

A környezetek fajtái 3.

- Diszkrét — folytonos
  - A felosztás alkalmazható a következőkre:
    - a környezet állapotára (pl.: diszkrét: sakk)
    - az időkezelés módjára
    - az ágens észleléseire
    - az ágens cselekvéseire (pl.: diszkrét: sakk)
- Egyágenses — többágenses
  - versengő — kooperatív

- Legnehezebb: a részlegesen megfigyelhető, sztochasztikus, sorozatszerű, dinamikus, folytonos, többágenses eset.

A mesterséges intelligencia feladata

- Az ágensprogram megtervezése: egy függvényé, amely megvalósítja a az észlelések és a cselekvések közötti leképezést.

$$\text{ágens} = \text{architektúra} + \text{program}$$

Ágensprogramok

- az ágensprogramok váza: bemenetként fogadják az aktuális észleléseket (a szenzoroktól), és visszaküldenek egy cselekvést a beavatkozókhoz.
- az ágensprogram az aktuális észlelést veszi bemenetként, az ágensfüggvény a teljes észlelési történetet fogadja.
- az ágensprogram csak az aktuális észlelést tudja fogadni, mert az érkezik a környezetből.
- Az ágensprogramokat pszeudokóddal fogjuk leírni.

A pszeudokód nyelve

- Statikus változók:
  - kulcsszó: static;
  - értékét a függvény első hívásánál kapja meg, és megtartja a függvényminden további hívásánál;
  - hasonlít a globális változóra, de értéke csak a függvényen belül hozzáférhető;
  - a statikus változókat kezelő programok objektumként implementálhatók objektumorientált nyelvekben
- függvények mint értékek:
  - függvények és eljárások: nagybetűs nevek (FN);
  - változók: dőlt kisbetűs nevek (x);
  - függvényhívás: FN(x);
  - megengedjük, hogy egy változó függvény típusú értéket is felvehessen;
  - a tömbök 1-től kezdődnek;
  - a beljebb szedett bekezdést hurok, vagy feltételes kifejezés hatáskörének megadására használjuk.

Egy példa

```
1: function TABLAZAT-VEZERLESU-AGENS(eszleles)
2:     static eszlelesek                    ▷ egy sorozat, kezdetben üres
3:     static tablazat          ▷ az észlelési sorozat által indexelt táblázat,
   kezdetben teljesen feltöltött
4:     csatold az eszleles-t az eszlelesek végére
5:     cselekves ← KIKERESES(eszlelesek, tablazat)
6:     return cselekves
7: end function
```

- Az MI alapvető kihívása: hogyan írjunk olyan programot, amely nagyszámú táblázatbejegyzés helyett kisméretű programmal produkál racionális viselkedést.

Egyszerű reflexszerű ágensek

- Az aktuális észlelés alapján választják ki a cselekvéseket.

```
1: function REFLEXSZERU-PORSZIVO-AGENS(helyszin, allapot)
2:     if allapot = Piszkos then
3:         return Felszívás
4:     else if helyszin = A then
5:         return Jobbra
6:     else if helyszin = B then
7:         return Balra
8:     end if
9: end function
```


Feltétel–cselekvés szabályok

- Az észlelések feldolgozása alapján létrejött cselekvéseket lehet ezekkel a szabáyokkal vezérelni.

```
1: function EGYSZERU-REFLEXSZERU-AGENS(eszleles)
2:     static szabalyok                ▷ feltétel–cselekvés szabályok halmaza
3:     allapot ← BEMENT-FELDOLGOZAS(eszleles)
4:     szabaly ← SZABALY-ILLESZTES(allapot, szabalyok)
5:     cselekves ← SZABALY-CSELEKVES(szabaly)
6:     return cselekves
7: end function
```

- Ez az ágens csak akkor fog működni, ha a helyes döntés kizárólag az aktuális észlelés alapján meghozható - azaz csak akkor, ha a környezet teljesen megfigyelhető.

Modellalapú reflexszerű ágensek

- Részleges megfigyelhetőség kezelése: az ágens nyomon követi a világ jelenleg nem megfigyelhető részét:
  - az ágensnek nyilván kell tartania valamiféle belső állapotot, amely az észlelési történeten alapul, és így a jelenlegi állapot nem megfigyelt aspektusainak legalább egy részét tükrözi.

```
1: function REFLEXSZERU-AGENS-ALLAPOT(eszleles)
2:     static allapot                    ▷ a világ jelenlegi állapotának leírása
3:     static szabalyok                  ▷ feltétel–cselekvés szabályok halmaza
4:     static cselekves                  ▷ a legutolsó cselekvés, kezdetben semmi
5:     allapot ← ALLAPOT-FRISSITES(allapot, cselekves, eszleles)
6:     szabaly ← SZABALY-ILLESZTES(allapot, szabalyok)
7:     cselekves ← SZABALY-CSELEKVES(szabaly)
8:     return cselekves
9: end function
```


Célorientált ágensek

- Alapvetően különbözik a a feltétel–cselekvés szabályoktól:
  - magában foglalja a jövő figyelembevételét: Mi fog történni, ha ezt és ezt teszem?
- Sokkal rugalmasabb mivel a döntéseit alátámasztó tudás explicit módon megjelenik.

Hasznosságorientált ágensek

Tanuló ágensek

Problémamegoldó ágens

- A célorientált ágensek egyik típusa
- Olyan cselekvéssorozatot keresnek, amelyek a kívánt állapotokba vezetnek.
- Lépések:
  - A probléma pontos megfogalmazása
  - A probléma megoldását felépítő alkotóelemek megadása
  - Általános rendeltetésű keresési algoritmusok megadása
    - Nem informált algortimusok: a probléma definícióján kívül más információval a problémáról nem rendelkeznek.

Problémamegoldó ágensek

- Célmegfogalmazás:
  - a pillanatnyi helyzeten és az ágens hasznosságmértékén alapul;
  - cél reprezentációja: a világ állapotainak azon halmaza, amelyben a cél teljesül (ezeket az állapotokat nevezzük célállapotoknak);
  - az ágens feladata a cselekvések egy olyan sorozatának a megkeresése, amely amely eljuttatja őt egy célállapotba;
- Probléma–megfogalmazás: adott cél esetén a figyelembe veendő állapotok meghatározása

Keresés

- Cselekvéssorozat előállítási folyamata:
  - A keresési algoritmus bemenete egy probléma, kimenete pedig egy cselekvéssorozat formájában előálló megoldás.
  - A megoldás megtalálálása után az abban foglalt cselekvéseket végre lehet hajtani: ez a végrehajtási fázis.
  - Ágenstervezési séma: "fogalmazd meg, keresd meg, hajtsd végre"

```
1:  function EGYSZERU-PROBLEMAMEGOLDO-AGENS(erzekeles)
2:      inputs erzekeles                                   ▷ egy érzékelés
3:      static sorozat                  ▷ egy cselekvéssorozat, kezdetben üres
4:      static allapot      ▷ a világ pillanatnyi állapotának valamilyen leírása
5:      static cel                                  ▷ egy cél,kezdetben üres
6:      static problema                        ▷ egy probléma megfogalmazása
7:      allapot ← ALLAPOT-FRISSITES(allapot, erzekeles)
8:      if sorozat = ures then
9:          cel ← CEL-MF(allapot)
10:         problema ← PROBLEMA-MF(allapot, cel)
11:         sorozat ← KERESES(problema)
12:     end if
13:     while sorozat ≠ ures do
14:         cselekves ← AJANLAS(sorozat)
15:         sorozat ← MARADEK(sorozat)
16:         return cselekves
17:     end while
18: end function
```


Az egyszerű ágens tuladonságai

- a környezet statikus
- a kezdeti állapot ismert (ennek ismerete akkor a legkönnyebb, ha a környezet megfigyelhető)
- alternatív cselekvések számontartása: a környezet diszkrét
- a környezet determinisztikus
  - nyílt hurkú (open loop) rendszer: az érzékelések figyelmen kívül hagyása az ágens és környezete közötti hurkot felbontja.

Jól definiált problémák

- Egy problémát a következő komponensekkel lehet definiálni:
  - Kiinduló állapot (initial state)
  - Cselekvések (actions): egy adott állapotban az ágens számára lehetséges cselekvések leírása
  - A kezdeti állapot és az állapot-átmenet függvény implicit módon definiálja a probléma állapotterét (state space)
  - Az állapottér egy gráfot alkot: csomópontjai az állapotok, a csomópontok közötti élek a cselekvések.
  - Célteszt: meghatározza, hogy egy adott állapot célállapot-e.
    - állapotok explicit halmaza
    - absztrakt tulajdonság
  - Útköltség függvény: az ágens a saját hatékonysági mértékének megfelelő költségfüggvényt használja.

Cselekvések reprezentációja

- állapotátmenet–függvény (successor function): egy adott x állapot esetén az $ALLAPOTATMENET - FV(x)$ visszaadja a rendezett $\langle cselekves, utodallapot \rangle$ párok halmazát, ahol minden cselekvés egyike az x állapotban legális cselekvéseknek, és minden utódállapotot egy cselekvésnek az x állapotra való alkalmazásával nyerünk.
- más megfogalmazás: operátorok egy halmaza, amelyet egy állapotra alkalmazva lehet utódállapotokat generálni.

A problémák megfogalmazása

- Az absztrakció szükségessége
  - A nem releváns részlete kihagyása a probléma megfogalmazása során.
  - Lustasági kritérium: annyit és csak annyit emeljünk be a modellbe, amennyi a probléma megoldásához szükséges.
- Az állapotleírás során végzett absztrakció
- A cselekvések leírása során végzett absztrakció
- Az absztrakció érvényes, ha az absztrakt megoldást megoldássá fejthetjük ki egy részletesebb világban is.
- Az absztrakció hasznos, ha a megoldásbeli cselekvések végrehajtása az eredeti problémánál egyszerűbb.

Néhány példa

- Játékproblémák
  - 8-királynő probléma (inkrementális — totális)
- útkeresési problémák
- körutazási problémák
- utazó ügynök probléma
- automatikus összeszerelés
- interneten kereső szoftverrobotok

Keresési fák használata

- A keresési fa az állapottérből származtatható: a kezdeti állapot és az állapotátmenet függvény generálja.
- Általános esetben nem fáról, hanem gráfról beszélhetünk (pl. ha egy állapotot több úton is elérhetünk)
- A keresési fa gyökere: a kezdeti állapotnak megfeleltetett csomópont.
- Lépések
  - A kezdeti állapot célállapot-e.
  - Az állapotátmenet-függvénnyel az állapotok egy új halmazát generáljuk
  - A kifejtendő állapot kiválasztását a keresési stratégia határozza meg.

Állapottér — keresési fa

- Míg az álapottér véges, addig a keresési fa lehet végtelen is!
- A keresési fa csomópontjai: öt komponensből álló adatszerkezet:
  1. Állapot: az állapottérnek a csomóponthoz tartozó állapota
  2. Szülő-csomópont: a keresési fa azon csomóponja, amely a kérdéses csomópontot generálta
  3. Cselekvés: a csomópont szülő csomópontjára alkalmazott cselekvés
  4. Út-költség: a kezdeti állapottól a kérdéses csomópontig vezető út költsége
  5. Mélység: a kezdeti állapottól vezető út mélysége
- Perem: kifejtendő csomópontok (ezeket is nyilván kell tartani), a fa levélelemei
  - Melyik a következő kifejtendő: várakozási sor.

Informális fakeresési algoritmus

```
1: function FA-KERESES(problema, strategia)
2:     a probléma kiinduló állapotából kiindulva inicializáld a keresési fát
3:     loop
4:         if nincs kifejtendő csomópont then
5:             return kudarc
6:         end if
7:         a stratégiának megfelelően válasz ki egy levélcsomópontot
8:         if a csomópont célállapotot tartalmaz then
9:             return a hozzá tartozó megoldás
10:        else
11:            fejtsd ki a csomópontot és az eredményül kapott
    csomópontokat add a keresési fához
12:        end if
13:    end loop
14: end function
```


Hatékonyság kérdései

- Teljesség: az algoritmus garantáltan megtalál egy megoldást, amennyiben létezik.
- Optimalitás: a stratégia megtalálja az optimális megoldást.
- Időigény (time complexity): mennyi ideig tart a megoldás megtalálása.
- Tárigény (space complexity): a keresés elvégzéséhez mennyi memóriára van szükség.

- A mesterséges intelligenciában a komplexitást kifejezői:
  - elágazási tényező (b)
  - a legsekélyebb célállapot mélysége (d)
  - az állapottérben található utak maximális hossza (m)
  - idő: a keresés közben generált csomópontok számával mérik
  - tár: a memóriában maximálisan tárolt csomópontok számával mérik
  - útköltség; keresési költség; összköltség

Nem informált (vak) keresés

- A stratégiáknak nincs semmilyen információjuk az állapotokról a probléma definíciójában megadott információkon kívül.
- Két dolgot tehetnek::
  - generálhatják a következő állapotokat;
  - meg tudják különbözetetni a célállapotot a nem célállapottól

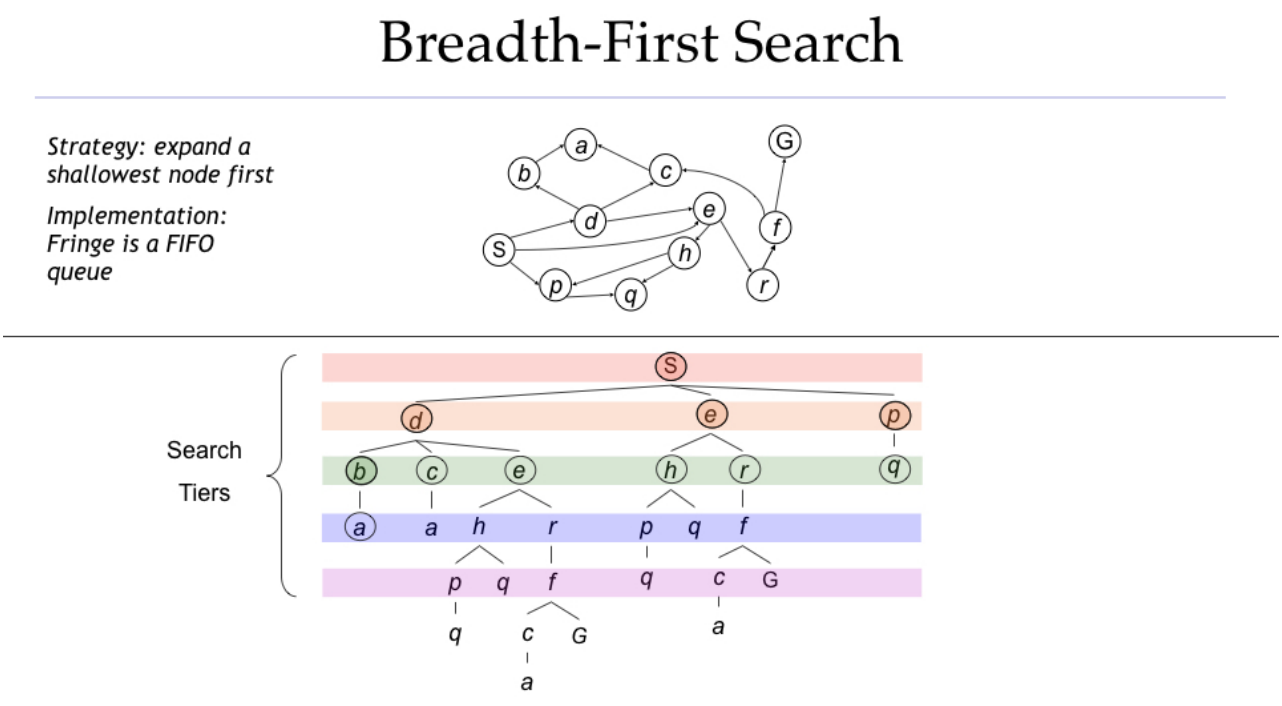
Szélességi keresés(breadth-first-search)

Breadth-First Search

Szélességi keresés

- Gyökércsomópont kifejtése
- Az összes gyökércsomópontból generált csomópont kifejtése, stb.
- A keresési stratégia minden adott mélységű csomópontot hamarabb fejt ki, mielőtt bármelyik egy szinttel lejjebbi csomópontot kifejtené.
- Megvalósítása:
  - FA-KERESES algoritmussal, egy olyan üres peremmel, amely először-be-először-ki (first-in-first-out, FIFO) sor
  - a korábban generált csomópontokat az algoritmus korábban fejti ki.
- a keresés teljes
- a legsekélyebb célcsomópont d mélységben fekszik, és a b elágazási tényező véges, akkor a szélességi keresés eljut hozzá (az összes nála sekélyebb csomópontot kifejtve)
- a legsekélyebb célcsomópont nem feltétlenül optimális
- A szélességi keresés optimális, ha az útköltség a csomópont mélységének nem csökkenő függvénye.

Szélességi keresés, egy példa



A szélességi kereséssel problémái

- Ha a probléma megoldása d mélységben található, és minden csomópont b számú csomópontot generál, akkor a legrosszabb esetben a kifejetett csomópontok száma:
  $b + b^2 + \cdots + b^d + (b^{d+1} - b) = \mathcal{O}(b^{d+1})$
  - Ha f és g egyváltozós valós függvények, akkor $f(x) = \mathcal{O}(g(x))$ [kiolvasás: $f(x)$ egyenlő nagy ordó $g(x)$] akkor és csak akkor, ha léteznek olyan M és x_0 pozitív valós számok, hogy minden $x > x_0$ esetén $f(x) \leq Mg(x)$.
  - Intuitív jelentés: elég nagy x értékek esetén az f függvény nem nő gyorsabb a g függvénynél.
- $b = 10$, akkor $d = 10$ esetén a csomópontok maximális száma 10^{11}, időigény 129 nap, tárigény 101 Tbájt (10000 csomópont/perc; 1000 bájt/csomópont)
- $d = 12$, akkor az időigény 35 év!

Egyenletes költségű keresés (Uniform cost search)

Uniform Cost Search

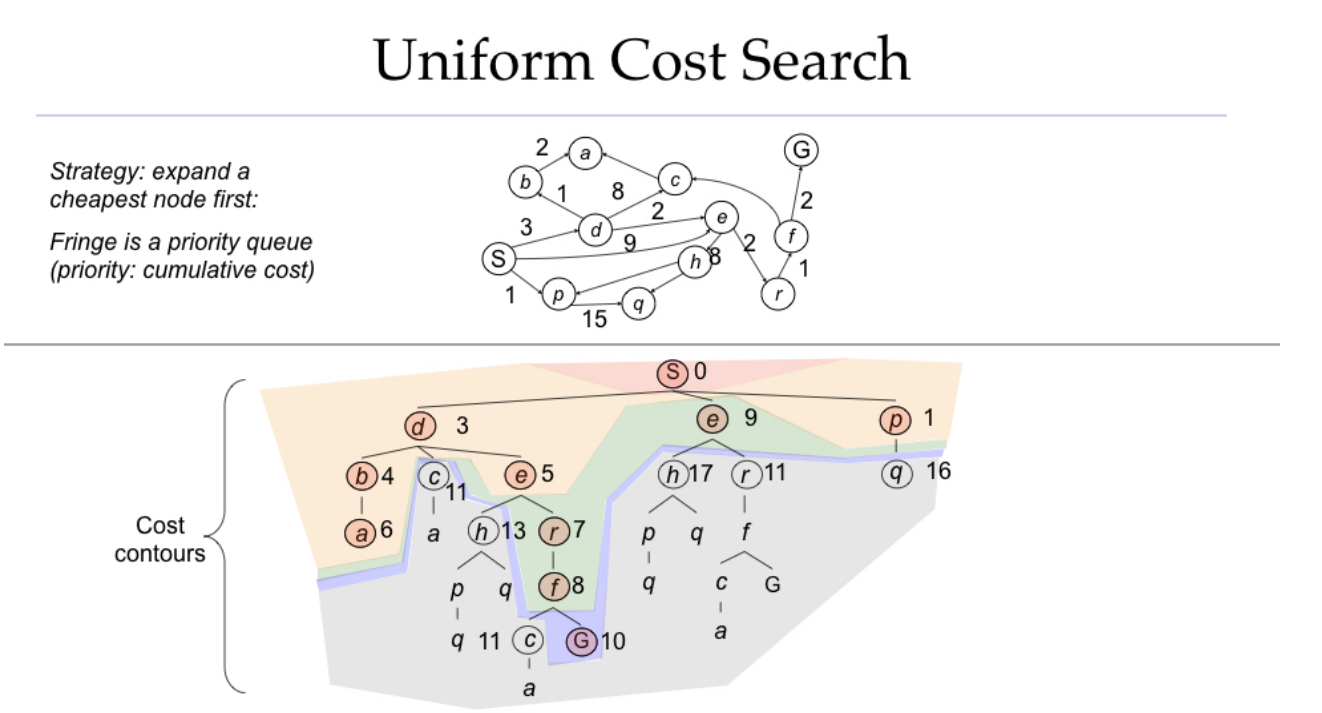
Egyenletes költségű keresés/1

- A szélességi keresés a legkisebb költségű, azaz optimális megoldást adja vissza, ha minden lépés költsége azonos.
- Az egyenletes költségű keresés: tetszőleges lépésköltség esetén az optimális megoldást adja vissza.
- Mindig a legkisebb útköltségű csomópontot fejti ki először (nem pedig a legkisebb mélységű csomópontot).
- Ha a lépésköltségek azonosak, akkor a szélességi keresés is egyenletes költségű keresés.
- Az egyenletes költségű keresés nem foglalkozik az út hosszával, csak a költségével.
- Végtelen hurokba kerülhet: ha egy csomópont kifejtése zérus költségű cselekvéshez vezet,és az adott állapothoz való visszatérést eredményez.

Egyenletes költségű keresés/2

- Teljesség: ha minden lépés költsége $\geq \epsilon$ ahol $\epsilon > 0$.
- Optimalitás: ha teljes, akkor optimális.
- Az egyenletes költségű keresést nem a mélység, hanem az útköltség vezérli.

Egyenletes költségű keresés, egy példa



Mélységi keresés(depth-first search)

Mélységi keresés/1

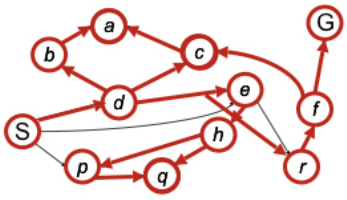
- Mindig a keresési fa aktuális peremében a legmélyebben fekvő csomópontot fejti ki.
- A keresés azonnal a fa legmélyebb pontjára jut el (a csomópontoknak már nincsenek követői).
- A legmélyebb csomópontok kifejtésüket követően a kikerülnek a peremből, és a keresés visszalép ahhoz következő legmélyebben fekvő csomóponthoz, amelynek még vannak ki nem fejtett követői.
- A stratégia implementálható egy olyan FA–KERESÉS függvénnyel, amelynek sorbaállító függvénye az utolsónak-be-elsőnek-ki (last-in-first-out, LIFO), ezt veremnek is nevezik.
- Nagyon szerény tárigényű: a gyökércsomóponttól egy levélcsomópontig terjedő utat kell tárolnia + az út minden egyes csomópontja melletti kifejtetlen csomópontokat.
- Ha egy kifejtett csomópont összes leszármazottja meg lett vizsgálva, akkor a csomópont törölhető a memóriából.

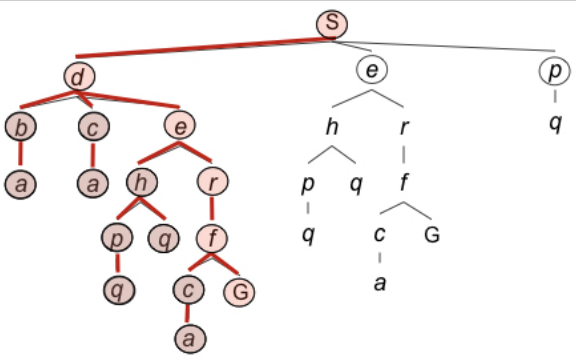
Mélységi keresés, egy példa

Depth-First Search

Strategy: expand a deepest node first

Implementation: Fringe is a LIFO stack





Mélységi keresés/2

- Hátránya: egy rossz választással egy hosszú út mentén haladhat.
- Ha például a bal oldali részfa korlátlanul mély, és nem tartalmazza a megoldást, akkor a mélységi keresés soha nem állna meg: a mélységi keresés nem teljes.
- Előfordulhat, hogy a mélyebben fekvő megoldást adja találja meg először, azaz a mélységi keresés nem optimális.

Mélységkorlátozott keresés (depth-limited search)

- Kiküszöböli a végtelen keresési fák problémáját:
  - az utak maximális hosszára egy l korlátot ad;
  - az l mélységben levő csomópontokat úgy kezeli, mintha nem is lennének követőik.
- Megjelenik a nem-teljesség egy újabb forrása: ha $l < d$, azaz ha a legsekélyebb célcsomópont a mélységkorláton túl van.

Az ismételt állapotok elkerülése

- Ha az állapotátmenet függvények (az operátorok) reverzibilisek, akkor nem kerülhető el az ismétel állapotok megjelenése a keresési fában.
  - Pl.: útkeresési problémák
  - Ezekben az esetekben a keresési fák végtelenek.
- A megismételt állapotok egy részének kimetszésével, a keresési fát véges méretűvé vághatjuk.
- Az ismétlődő állapotokat detektálni kell: az új kifejtendő csomópontot a már kifejtett csomópontokkal hasonlítjuk össze.
  - Egyezés esetén az adott csomóponthoz az algoritmus két utat talált, valamelyiket eldobhatja.
  - Ehhez ismerni kell a történetet: az az algoritmus, amely elfelejti történetét, kénytelen azt megismételni.

Gráf keresés algoritmusa

- A FA-KERESÉS algoritmusnak egy sajátos módosítása.
  - Tartalmazzon egy zárt listának nevezett adatszerkezetet, amely minden kifejtett csomópontot tárol.
  - Ha az aktuális állapot egybeesik a zárt listán lévő állapotok egyikével, akkor eldobható (a kifejtésével nem kell foglalkozni).
  - Az egyenletes költségű és a konstans lépésköltségű szélességi keresés optimális fakeresési stratégia, és a belőle nyert gráfkeresési stratégia is optimális.

```
1:  function GRAF-KERESES(problema, perem)
2:      zart lista ← egy üres halmaz
3:      perem ← BESZUR(CSOMOPONT-LETREHOZ
4:      (KIINDULO-ALLAPOT[problema]), perem)
5:      loop
6:          if URES?(perem) then
7:              return kudarc
8:          end if
9:          csomopont ← VEDD-AZ-ELSO-ELEMET(perem)
10:         if CEL-TESZT[problema](ALLAPOT[csomopont]) then
11:             return MEGOLDAS(csomopont)
12:         end if
13:         if ALLAPOT[csomopont] nem eleme a zárt listának then
14:             adjuk hozzá az ALLAPOT[csomopont]-ot a zárt listához
15:             perem ← BESZUR-MIND
16:             (KIFEJT(csomopont, problema), perem)
17:         end if
18:     end loop
19: end function
```


Nem informált vs. informált keresés

- Nem informált keresési stratégiák:
  - szisztematikusan új állapotokat generálnak és összehasonlítják azokat a célállapottal;
  - sok esetben gyenge a hatékonyságuk.
- Informált keresési stratégia:
  - probléma-specifikus tudást alkalmaz

A legjobbat–először keresés (best-first search BFS)

- A FA-KERESÉS vagy a GRÁF-KERESÉS speciális esete:
  - egy csomópont kifejtésre való kiválasztása egy $f(n)$ kiértékelő függvénytől függ;
  - a legkisebb értékű csomópontot választjuk kifejtésre, mert a kiértékelő függvény a céltól aló távolságot méri;
  - egy prioritási sor segítségével implementálható: olyan adatstruktúra, amely a peremet a növekvő f-értékek szerint rendezi;
  - csak a kiértékelő függvény szerint legjobbnak tűnő csomópontot választja ki.
- BFS: egy keresési algoritmus család: elemeit az eltérő kiértékelő függvények különböztetik meg.
  - a kiéteklő függvény megadásában kulcsszerepet játszanak a heurisztikus függvények
  - Heurisztikus függvény:
    - ha n egy célállapot, akkor a heurisztikus függvény értéke 0;
    - $h(n)$: az n csomóponttól a célig vezető út költségének becslője

A mohó legjobbat–először keresés (greedy best-first search)

- azt a csomópontot fejti ki a következő lépésben, amelynek az állapotát a célállapothoz legközelebbinek ítéli;
- kiértékelő függvénye: $f(n) = h(n)$;
- problémák:
  - zsákutcákba jutva visszalép: ha nem ismeri fel az ismétlődő állapotokat, akkor soha nem találja meg a megoldást;
  - nem optimális;
  - nem teljes;

$A^\star$ keresés

- A legjobbat–először keresés egyik változata
- a csomópontokat úgy értékeli ki, hogy figyelembe veszi
  - az aktuális csomópontig megtett út költségét ($g(n)$)
  - az adott csomóponttól a célig vezető út becsült költségét ($h(n)$)
- kiértékelő függvénye: $f(n) = g(n) + h(n)$
- $f(n)$ jelentése: a legolcsóbb, az n csomóponton keresztül vezető megoldás becsült költsége;

Definíció

- *A csomópontokon értelmezett h heurisztikus függvény elfogadható heurisztika, ha a $h(n)$ érték soha nem becsüli felül az n csomópontból a cél eléréséhez szükséges költséget.*

Megjegyzés

- *A h függvény értéke csak a csomóponthoz tartozó állapottól függ.*
- *Az elfogadható heurisztikák optimisták.*
- *Mivel a $g(n)$ az n csomópont elérésének pontos költsége, ezért az f függvény ($f(n) = g(n) + h(n)$) soha nem becsüli túl az adott csomóponton át vezető legjobb megoldás valódi értékét.*
- *Pl.: útvonalkeresőnél a légvonalban mért távolság.*

Tétel

- *Ha a h elfogadható heurisztika, akkor a FA-KERESÉS-t használó A* algoritmus optimális.*

Megjegyzés

- *Még a h heurisztika esetén is előfordulhat, hogy a GRÁF-KERESÉS-t használó A* algoritmus nem optimális.*
  - *Visszatérhet egy szuboptimális megoldással, mert elvetheti az ismétlődő optimális állapothoz vezető utat, ha az nem elsőnek került kiszámításra.*
  - *Megoldás 1.: a GRÁF-KERESÉS-t ki kell terjeszteni úgy, hogy az ugyanahhoz a csomóponthoz vezető két út közül a drágábbat vesse el. (Sokat kell adminisztrálni.)*
  - *Megoldás 2.: azt kell biztosítani, hogy bármelyik ismétlődő csomóponthoz vezető optimális utat elsőnek találja meg az algoritmus. (Az egyenletes költségű keresésnél az teljesült.)*

Definíció

- *A csomópontokon értelmezett h heurisztikus függvény konzisztens, ha minden n csomópontra és annak egy tetszőleges a cselekvéssel generált n' utódcsomópontjára teljesül a következő:*

$$h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$$

ahol $c(n, a, n')$ az n állapotból n' állapotot eredményező a cselekvés lépésköltsége.

Megjegyzés

- *A konzisztencia követelménye az általános háromszög egyenlőtlenség egy formája.*
- *Minden konzisztens heurisztika elfogadható heurisztika.*

Tétel

- *Ha h konzisztens heurisztika, akkor az f függvény bármely út mentén monoton növekvő (nem csökkenő).*

Megjegyzés

- *Ha n' az n utódja, akkor*
- $g(n') = g(n) + c(n, a, n')$
- $f(n') = g(n') + h(n') = g(n) + c(n, a, n') + h(n') \geq g(n) + h(n) = f(n)$

Tétel

- *Ha a h konzisztens heurisztika, akkor a GRÁF-KERESÉS-t használó $A^\star$ algoritmus optimális.*

- A gyökérből kiinduló utakat bővítő optimális algoritmusok közül az $A^\star$ keresési algoritmus bármely adott heurisztikus függvény mellett optimális hatékonyságú: egyetlen más optimális algoritmus sem fejt ki garantáltan kevesebb csomópontot, mint az $A^\star$.
- Az $A^\star$ algoritmus
  - teljes
  - optimális
  - optimálisan hatékony
  - de: mégsem jó:
    - Az összes legenerált csomópontot a memóriában tárolja (ahogy ezt az összes GRÁF-KERESÉS algoritmus teszi), ezért az algoritmus nagyon hamar felemészti a rendelkezésre álló memóriát.

Példa: kirakójáték

- h_1: a rossz helyen lévő lapkák száma
- h_2: a lapkáknak a saját célhelyeiktől mért távolságaik összege: a Manhattan-távolság

Effektív elágazási tényező

- Ha az $A^\star$ algoritmus által kifejtett csomópontok száma egy adott problémára N, és megoldás mélysége d, akkor $b^\star$ annak a d mélységű kiegyensúlyozott fának az elágazási tényezőjével egyezik meg, amely $N+1$ csomópontot tartalmazna:

$$N + 1 = 1 + b^\star + (b^\star)^2 + (b^\star)^n$$

- Pl.: 5 mélység, 52 csomópont, $b^\star = 1,92$
- h_2 jobb mint a h_1 ()és mindkettő jobb mint a nem informált keresés.
- Minden n csomópontban $h_2(n) \geq h_1(n)$, a h_2 domimálja a h_1-et.
- Az $A^\star$ keresés egyenletes költségű keresés, ha $h(n) = 0$ minden n-re.

- A h_1 és h_2 alulról becsülik a fennmaradó út hosszát:
- Ha a játékot egyszerűsítjük, akkor a pontos úthossz értékét adják meg:
  - h_1: egy lapka bárhová áthelyezhető, nemcsak a szomszédos mezőkre;
  - h_2: egy lapka bármelyik szomszédos mezőre átmozgathat, még akkor is, ha a szomszédos mezőn már van lapka.
- Az operátorokra kevesebb megkötést adtunk mint az eredeti problémában: relaxált probléma.
- A relaxált probléma optimális megoldásának költsége egy elfogadható heurisztika az eredeti problémára.
- A relaxált problémákat automatikusan is elő lehet állítani.

- Ha a probléma megfogalmazása formális nyelven adott, akkor a relaxált problémákat automatikusan is elő lehet állítani.
- 8-as kirakójáték
  - Egy lapka az A mezőről a B mezőre mozgatható, ha az A és B szomszédosak, és a B mező üres.
- Relaxált problémák:
  - Egy lapka az A mezőről a B mezőre mozgatható, ha az A és B szomszédosak. (Manhattan–távolság vezethető le belőle.)
  - Egy lapka az A mezőről a B mezőre mozgatható, ha a B mező üres. (Gaschnig heurisztika)
  - Egy lapka az A mezőről a B mezőre mozgatható. (Levezethető heurisztika: nem a helyükön lévő lapkák száma.)
- Ha a relaxált problémákat nehéz megoldani, akkor a kapcsolatos heurisztikus értékek számítása nehéznek bizonyulhat. (Tökéletes heurisztika mindig megkapható egy teljes szélességi keresés lefuttatásával, de épp ezt akarjuk elkerülni!)

Melyik a jó heurisztikus függvény?

- Tegyük fel, hogy egy problémához adottak a $h_1, h_2, \ldots, h_m$ elfogadható heurisztikus függvények és egyik sem dominálja a másikat!
- A lehető legjobb heurisztikus függvény: $h(n) = \max\{h_1(n), h_2(n), \ldots, h_m(n)\}$
- Ez mindig azt a függvényt használja, amely az adott csomópontra a legpontosabb.
- h elfogadható heurisztikus függvény.
- h konzisztens heurisztikus függvény.
- h dominálja a $h_1, h_2, \ldots, h_m$ elfogadható heurisztikus függvényeket.

Részproblémákból származtatott heurisztikus függvények

- PL.: 1,2,3,4 lapkák helyükre mozgatása.
- A részprobléma optimális megoldásának költsége a teljes probléma megoldásának költségét alulról korlátozza.

Eddig megismert algoritmusok

- A keresési tereket szisztematikusan járják be.
- A szisztematikusság megvalósításához:
  - egy vagy több utat a memóriában tartanak;
  - minden pontban megjegyzik, hogy az út mentén melyik alternatívát vizsgálták már meg, és melyiket nem.
  - a célhoz vezető út egyben a probléma megoldása is.
- De:
  - számos probléma esetén az út érdektelen.

Lokális keresési algoritmusok

- Csak egy aktuális állapotot veszik figyelembe.
- Általában csak az aktuális állapot szomszédjaira lépnek tovább.
- A keresés során követett utat (tipikusan) nem tárolják el.

- Bár a lokális keresési algoritmusok nem szisztematikusak, két előnyük van:
  - igen kevés, általában konstans mennyiségű memóriát használnak
  - sokszor nagy (esetleg végtelen, folytonos) keresési térben elfogadható megoldást produkálnak (ezekben a terekben a szisztematikus algoritmusok hatékonyan nem alkalmazhatóak).
- Hasznosak a tisztán optimalizációs problémák megoldásában: a cél a legjobb állapot megtalálása egy célfüggvény értelmében.

A lokális keresés segédfogalmai

- Állapottér–felszín
  - van pontja: az állapot definiálja;
  - van magassága: a heurisztikus vagy a célfüggvény értéke határozza meg;
  - ha a magasság a költséggel arányos, akkor a cél a legalacsonyabban fekvő völgyet (globális minimum) megtalálása;
  - ha a magasság a célfüggvénynek felel meg, akkor a cél a legmagasabban fekvő csúcs (globális maximum) megtalálása;
- A teljes lokális keresés mindig talál megoldást, ha az egyáltalán létezik;
- Egy optimális algoritmus mindig megtalálja a globális minimumot vagy maximumot.

Hegymászó keresés (mohó lokális keresés)

- A keresés egy ciklus, ami mindig javuló értékek felé lép.
- Az algoritmus nem tart nyilván keresési fát:
  - A csomópontot leíró adatszerkezetnek csak az állapotot és a célfüggvény értékét kell nyilvántartania.
  - Csak az aktuális állapotot közvetlenül követő szomszédokat figyeli.
  - Gyakran igen gyorsan halad a megoldás felé.
  - De: gyakran megakad:
    - lokális maximum esetén;
    - hegygerinc setén (feljutunk a gerincre, de nem tudunk rajta haladni);
    - fennsík: nem tudja megtalálni a fennsíkról kivezető utat.

A hegymászó keresés algoritmusa

```
1:  function HEGYMASZAS(problema)
2:      inputs: problema, egy probléma
3:      local variable: aktualis, egy csomópont
4:      local variable: szomszed, egy csomópont
5:      aktualis ← CSOMOPONT–LETREHOZ(KIINDULO-ALLAPOT[problema])
6:      loop
7:          szomszed ← az aktualis legnagyobb értékű követő csomópontja
8:          if ERTEK(szomszed) ≤ ERTEK(aktualis) then
9:              return ALLAPOT(aktualis)
10:         end if
11:         aktualis ← szomszed
12:     end loop
13: end function
```

Állapottér-beli keresés esetén

- A keresési algoritmus számára mindegyik állapot egy olyan fekete doboz, amelynek a belső struktúrája nem ismert:
  - az állapotokat egy tetszőleges struktúra reprezentálja;
  - a struktúrához a problémára jellemző rutinokkal lehet hozzáférni:
    - az állapotátmenet függvénnyel;
    - a heurisztikát megadó függvénnyel;
    - a célállapotteszttel.

Kényszerkielégítési problémák esetén

- az állapotok és a célteszt illeszkedik egy szabályos struktúrához;
- az állapotstruktúra segítségével keresési algoritmusokat lehet definiálni;
- nem problémaspecifikus, hanem általános célú heurisztikák használatával nagy problémák megoldása is lehetővé válik;
- a célteszt szabályos reprezentációja feltárja magának a problémának a struktúráját;
- lehetővé válik a probléma dekompozíciója.

- Változók: $X_1, X_2, \ldots, X_n$
- Kényszerek: $C_1, C_2, \ldots, C_m$
- Változók értékeinek tartománya: $D_1, D_2, \ldots, D_n$
  - $D_i \neq \emptyset$
- Minden egyes C_i kényszer a változók valamely részhalmazára vonatkozik.
  - Meghatározza a részhalmaz megengedett értékkombinációit.
- Problémaállapot: néhány (vagy mindegyik) változóhoz értéket rendelünk hozzá.
  - Egy hozzárendelés megengedett (konzisztens), ha egyetlen kényszert sem sért meg.
  - Teljes az a hozzárendelés, amelyben mindegyik változó szerepel.
  - Egy teljes hozzárendelés a kényszerkielégítési probléma megoldása.
  - Néha arra is szükség van, hogy a megoldás egy célfüggvényt maximalizáljon.

Probléma mint kényszerkielégítési probléma

- Előnyök:
  - Az állapotok reprezentációja miatt a kényszerkielégítési problémák egy sztenderd mintára illeszkednek.
  - A minta a hozzárendelt értékekkel rendelkező változók halmaza.
  - Az állapotátmenet függvényt és a célállapottesztet az összes kényszerkielégítési problémára általános módon meg lehet adni.
  - Létrehozhatók hatékony, általános heurisztikák minden tárgyterület-specifikus tudás nélkül.
  - A kényszergráf struktúrájának segítségével lerövidíthető a megoldási folyamat (csökkentheti a probléma komplexitását).

Inkrementális megfogalmazás

- A kényszerkielégítési problémát szabályos keresési problémaként tekinti:
  - Kiinduló állapot: üres hozzárendelés, ahol egyetlen változónak sincs értéke.
  - Állapotátmenet–függvény: bármelyik hozzárendelés nélküli változó értéket kaphat, amennyiben az nem ütközik a korábbi értékadásokkal.
  - Célteszt: az aktuális hozzárendelés teljes.
  - Az út költsége: egy konstans költség mindegyik lépésre.
- Mindegyik megoldásnak egy teljes hozzárendelésnek kell lennie.
- n változó esetén az n-edik szinten jelenik meg.
- A keresési fa csak n mélységű.
- A mélységi algoritmusok a népszerűek.
- A megoldáshoz vezető út nem lényeges.
- Használható a teljes állapotleírás is: minden egyes állapot egy teljes változó-hozzárendelés: akár kielégíti a kényszereket, akár nem.
  - Ekkor a lokális keresési eljárások is használhatóak.

Legegyszerűbb eset

- A változók diszkrétek és véges tartományúak.
- Pl.:
  - térképszínezési problémák
  - 8-királynő probléma (változók: $Q_1, \ldots, Q_8$, tartomány: $\{1, 2, \ldots, 8\}$)
- Ha n változónk van, és a változók tartozó tartomány legfeljebb d számosságú, akkor a lehetséges teljes hozzárendelések száma legfeljebb $\mathcal{O}(d^n)$ azaz a változók számának exponenciális függvénye.
- Boole kényszerkielégítési problémák: a változók értéke 0 vagy 1 (hamis vagy igaz).
- A diszkrét változók lehetnek véges tartományúak is:
  - Pl.: építkezési munka naptárának ütemezése.
  - Nem tudjuk a kényszereket a megengedett értékkombinációk felsorolásával leírni.
  - Ekkor kényszernyelvet kell használni.
  - Az ilyen kényszereket már nem lehet az összes lehetséges hozzárendelés felsorolásával megoldani.

Kényszerfajták

- Unáris kényszer: egy változó értékére tesz megkötést.
  - A kérdéses változó tartományának előfeldolgozásával az unáris kényszerek kiküszöbölhetőek.
- Bináris kényszer: két változót köt össze: ha csak bináris kényszer van, akkor a kényszerkielégítési problémát binárisnak nevezzük.
  - A bi8náris kényszerkielégítési problémákat kényszergráffal lehet reprezentálni: a gráf csomópontjai a változóknak, élei a kényszereknek felelnek meg.
- A magasabb rendű kényszerek legalább három változóra vonatkoznak.
  - Pl.: betűrejtvény
- A magasabb rendű kényszereket egy kényszer hipergráffal lehet ábrázolni:
  - A gráf csúcsai: változók + kényszerek
  - A gráf élei: a kényszer típusú csúcsok azokkal a változókkal vannak összekötve, amelyre az adott kényszer vonatkozik.
  - De: Elegendő segédváltozó bevezetésével mindegyik magasabb rendű véges tartományú kényszer átírható bináris kényszerek halmazává.

Abszolút kényszer — preferenciakényszer

- Abszolút kényszer: a kényszer megszegése kizár egy megoldásjelöltet.
- Preferenciakényszer: jelzi, hogy mely megoldások preferáltak
  - A preferenciakényszereket gyakran az egyedei változó–hozzárendelések költségeként ábrázolják.

Problémák kommutativitása

- Egy probléma akkor kommutatív, ha a végeredmény szempontjából közömbös, hogy a cselekvések egy adott sorozatát milyen sorrendben alkalmazzuk.
- A kényszerkielégítési problémák kommutatívak.
- Mindegyik kényszerkielégítési problémamegoldó a következő állapot generálásakor a keresési fe minden csomópontjában csak egyetlen változó hozzárendeléseit veszi figyelembe.
  - Ezzel a megszorítással jelentősen csökken a keresési fa leveleinek a száma.

A visszalépéses keresés

- Olyan mélységi keresésekre használjuk, amelyek egyszerre csak egy változóhoz rendelnek értéket, és visszalépnek, ha már nincs megengedett hozzárendelési lehetőség.

- A kényszerkielégítési problémák hatékonyan megoldhatók tárgyterület–specifikus tudás nélkül is.
- Általános célú eljárások alakíthatóak ki.
- Kérdések:
  - A következő lépésben melyik változóhoz rendeljünk értéket, és milyen sorrendben próbálkozzunk az értékekkel?
  - Milyen következményei vannak a jelenlegi változó–hozzárendeléseknek a még hozzárendeletlen változók számára?
  - Ha egy út sikertelennek bizonyul, a következő utak során el tudja-e kerülni a keresés ezt a hibát?

Változórendezés

- A legkevesebb fennmaradó érték heurisztika (MRV): azt a változót emeli ki, amelyik a legvalószínűbben fog hamarosan hibához vezetni.
  - Ha van egy változó, amelynek egyetlen megengedett értéke sincs, akkor az MRV heurisztika ki fogja választani ezt a változót, és azonnal kideríti a hibát, elkerülve a többi változó közötti haszontalan keresgélést.
- Fokszám heurisztika: azt a változót választja ki, amelyik legtöbbször szerepel a hozzárendeletlen változókra vonatkozó kényszerekben.

Értékrendezés

- Legkevésbé–korlátozó–érték heurisztika: előnyben részesíti azt az értéket, amely a legkevesebb választást zárja ki a kényszergráfban a szomszédos változóknál.
  - Ez a heurisztika a későbbi változó–hozzárendelések számára a lehető legnagyobb szabadságot meghagyni.
  - Ha az összes megoldást meg kell találni, akkor a sorrend közömbös.

Előrenéző ellenőrzés

- Minden egyes alkalommal, amikor egy X változó értéket kap, minden, az X-hez kényszerrel kötött, hozzárendeletlen Y-t megvizsgál, és Y tartományából törli az X számára választott értékkel inkonzisztens értékeket.
- Az MRV heurisztika az előrenéző ellenőrzés nyilvánvaló partnere.
- Még hatékonyabb megoldás: az MRV heurisztika munkájához szükséges információt inkrementálisan számtítjuk.

A kényszerek terjesztése

- Az előrenéző ellenőrzés nem néz eléggé messze előre.
- Kényszerek terjesztése: ha az egyik változó kényszerének a többi változót érintő következményeit terjesztjük.
  - De: semmi értelme a keresés méretét csökkenteni, ha több időt töltünk a kényszerek terjesztésével, mint az egyszerű kereséssel.

Élkonzisztencia

- Az él a kényszergráf irányított éleit jelenti.
- az X-ből Y-ba mutató él akkor konzisztens, ha X minden x értékéhez található egy $x$szel konzisztens y értéke Y-nak.
  - Egy él konzisztenssé tehető az olyan értékek törlésével, amelyhez nem létezik a végpontnak megengedett értéke.
  - Az élkonzisztencia ellenőrzés lehetővé teszi, hogy korábban észrevegyük az egyszerű előrenéző ellenőrzés által fel nem fedett inkonzisztenciát.
  - Alkalmazható előfeldolgozó lépésként a keresés megkezdése előtt.
  - A keresési folyamat minden egyes hozzárendelését követő terjesztési lépésként (az élkonzisztencia fenntartásának algoritmusa).
  - Mindkét előző esetben addig kell ismételve alkalmazni a folyamatot, amíg nem marad inkonzisztencia.
    - Ugyanis a törléssel a változóhoz mutató éleknél új inkonzisztencia jöhet létre.

Lokális keresés kényszerkielégítési problémáknál

- Hatékony: a kiinduló állapot minden változóhoz értéket rendel, és az állapotátmenet–függvény működése során általában egyszerre csak egy változó értékét módosítja.
- Min-konfliktusok heurisztika: azt az értéket választja ki, amelyik a legkevesebb konfliktust eredményezi más változókkal.
  - Megjegyzés: akár a millió–királynő problémát is megoldja átlagosan 50 lépésben.
  - Hubble: a megfigyelések ütemezéséhez szükséges három hetet tíz percre rövidítette le.
  - Alkalmazható online elrendezésben is, amikor a probléma változik (pl.: légitársaság heti ütemezése, időjárás–változás.)

Többágenses környezetek

- Minden ágensnek számolnia kell más ágensek cselekvéseivel:
  - kooperatív környezet;
  - verseny környezet: az ágensek céljai konfliktusban vannak.
- A verseny környezet: ellenségek melletti keresés:
  - gyakran kétszemélyes játékoknak nevezik.
- Matematikai játékelmélet: Neumann János
- Harsányi János a nem teljes információs játékok kutatója.
  - Közgazdaságtani Nobel Díjat kapott 1994-ben:
  - A nem kooperatív játékok elméletében az egyensúlyelemzés terén végzett úttörő munkásságért
- Az MI-ben a játékok specializáltak: determinisztikus, váltott lépésű, kétszemélyes, zérusösszegű teljes információjú játékok.
  - Két ágens helyezkedik el egy determinisztikus és teljesen megfigyelhető környezetben, a cselekvéseik váltják egymást, és a játék végén a hasznosságértékeik azonosak és ellentétes előjelűek.

- A kétszemélyes játékok azért érdekesek, mert nagyon nehéz őket megoldani.
  - Sakk: átlagos elágazási tényező: 35
  - Ha mindkét fél 50 lépést tesz meg, akkor a keresési fának 35^{100}, azaz 10^{154} csomópontja van.
- A játékok (a mindennapi élethez hasonlóan) azt a képességet igénylik, hogy valamilyen döntést hozzunk, akkor is, ha az optimális döntés kiszámítása kivitelezhetetlen.
- A játékok nagyon komolyan büntetik a rossz hatékonyságot: A játékelméleti kutatás számos olyan ötlethez vezetett, amely lehetővé tette a rendelkezésre álló idő minél jobb felhasználását.

Optimális döntések kétszemélyes játékokban

- Szereplők: MAX, MIN; (MAX lép először)
- A játékot egyfajta keresési problémaként lehet definiálni az alábbi komponensekkel:
  - Kiinduló állapot: táblaállás + ki lép
  - Állapotátmenet–függvény: (lépés, állapot) párok listájával tér vissza: megadja a legális lépéseket és a létrejövő állapotokat.
  - Végteszt (terminál teszt): megadja, hogy mikor van vége a játéknak.
  - Hasznosságfüggvény: a játék végeredményéhez egy számértéket rendel.
- Játékfa: a kezdeti állapot és mindkét fél legális lépései által generált fa.
- Pl.: 3×3-as amőba

Tudásalapú ágensek

- Feltételezi:
  - a tudás reprezentációját;
  - a tudás alkalmazását lehető tevő következtetési folyamatokat.
- A tudásbázisú ágens képes kihasználni a nagyon általános formában leírt tudást.
- A tudásbázisú ágens képes összekombinálni az általános tudást a pillanatnyi érzetekkel.
- A tudás reprezentálásának elsődleges eszköze: a logika.
- A logikai ágensek tudása mindig határozott: minden kijelentés vagy igaz vagy hamis az adott világban.
  - De: a bizonytalan tudás felhasználása problematikus.

A tudásbázisú ágens

- Központi eleme: a tudásbázis
  - A tudásbázis állításoknak egy halmaza.
  - Az állításokat egy nyelv segítségével fejezzük ki: ezt a nyelvet tudásreprezentációs nyelvnek nevezzük, és a világról szóló állításokat fogalmazunk meg segítségével.
- Szükséges eljárások:
  - KIJELENT: állítások tudásbázishoz való hozzáadását valósítja meg;
  - KÉRDEZ: a tudás lekérdezését valósítja meg.
- Mindkét feladat (eljárás) tartalmazhat következtetést: új állítások levezetését a meglévőkből.

Általános tudásbázisú ágens

1: **function** TB–AGENS(*eszleles*)
2: **static**: *TB*, egy tudásbázis
3: **static**: t, egy számláló, kezdetben 0, mutatja az időt
4: $KIJELENT(TB, ESZLELES - MONDAT - KESZITES(eszleles, t))$
5: $cselekves \leftarrow KERDEZ(TB, CSELEKVES - KERDEZES - KESZITES(t))$
6: $KIJELENT(TB, CSELEKVES - MONDAT - KESZITES(t))$
7: $t \leftarrow t + 1$
8: **return** *cselekves*
9: **end function**

- *ESZLELES – MONDAT – KESZITES* eljárás egy olyan állítást konstruál, amelyik megállapítja, hogy az ágens egy adott pillanatban észlelte az érzékelt dolgot.
- *CSELEKVES – KERDEZES – KESZITES* az időt felhasználva bemeneti adatként, visszatér egy mondattal, amely alkalmas arra, hogy megkérdezzük milyen cselekvés szükséges az adott pillanatban.
- *CSELEKVES – MONDAT – KESZITES* egy olyan állítást hoz létre, amely megállapítja, hogy a kiválasztott cselekvés végrehajtása megtörtént.
- A következtetési mechanizmus részletei a *KIJELENT* és a *KERDEZ* eljárások belsejében van elrejtve.

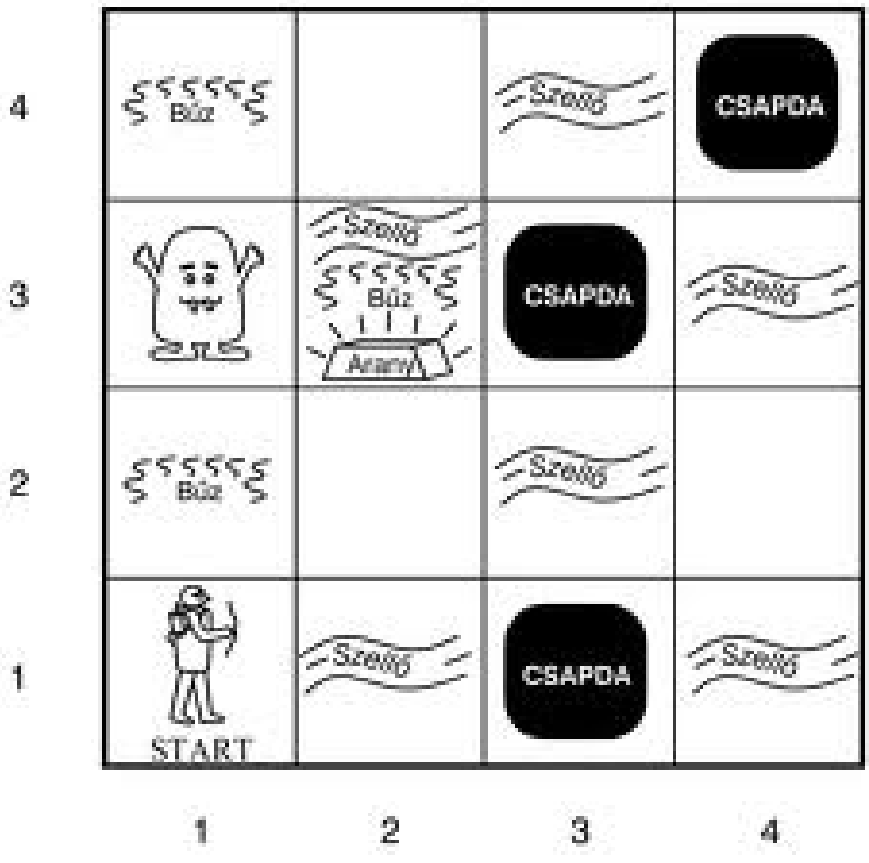
A wumpus világ

- Egy barlang, amely szobákból és átjárókból áll.
- A wumpus egy szörnyeteg, aki mindenkit megesz, ha a szobájába lép, a barlangban lapul valahol.
- Az ágens le tudja lőni a wumpust, de csak egyetlen nyila van ehhez.
- Néhány szoba feneketlen csapdát tartalmaz, amely mindenkit csapdába ejt, aki belép a szobába (kivéve a wumpust).
- A wumpus környezetében egy halom aranyat lehet találni.

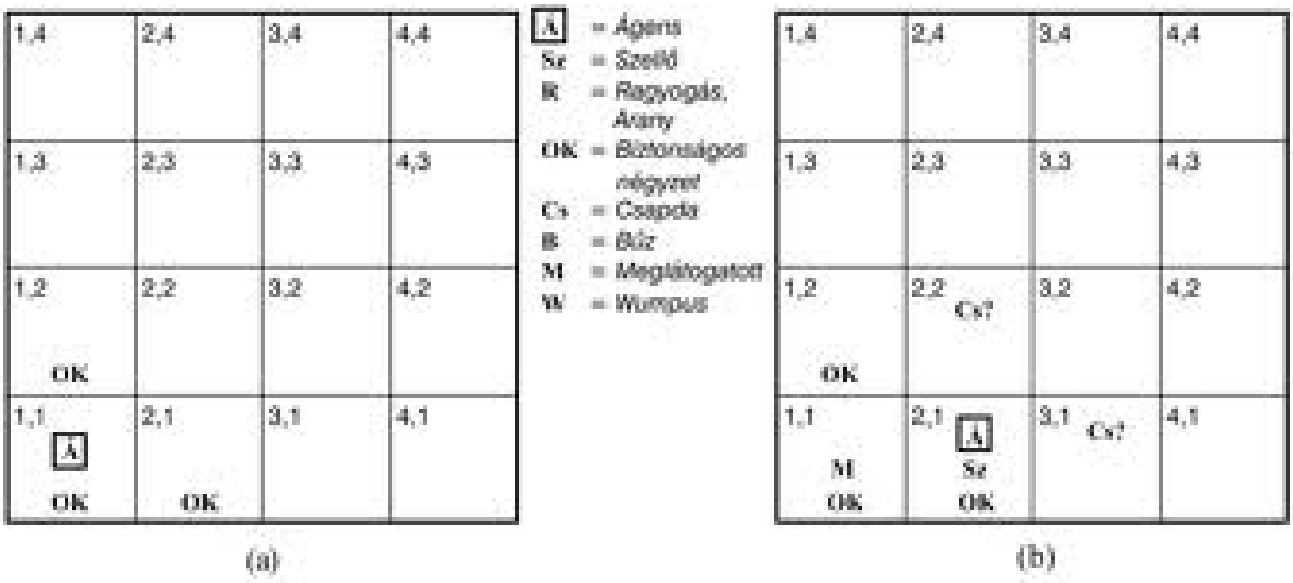
A wumpus világ

- Teljesítményérték: $+1000$ az arany felvétele; -1000 a csapdába esés, vagy ha felfal a wumpus; -1 minden végrehajtott cselekvés; -10 a nyíl használata.
- Környezet: 4×4-es háló; az ágens mindig az $\langle 1, 1 \rangle$-ből indul (arccal jobbra nézve). Az arany és a wumpus elhelyezkedése véletlenszerű (egyenletes eloszlású). Bármely négyzet 0.2 valószínűséggel csapda.
- Cselekvés: az ágens előre mehet, jobbra, balra fordulhat; meghal, ha csapdába, vagy élő wumpust tartalmazó szobába lép; megragad; lő.
- Érzékelők: bűz; szellő; csillogás; ütés (ha falnak megy); sikoly, ha megölték a wumpust (bárhol hallható);
- Az érzeteket az ágens egy lista formájában kapja meg. Pl.: $\langle$ Bűz, Szellő, Nincs, Nincs, Nincs $\rangle$

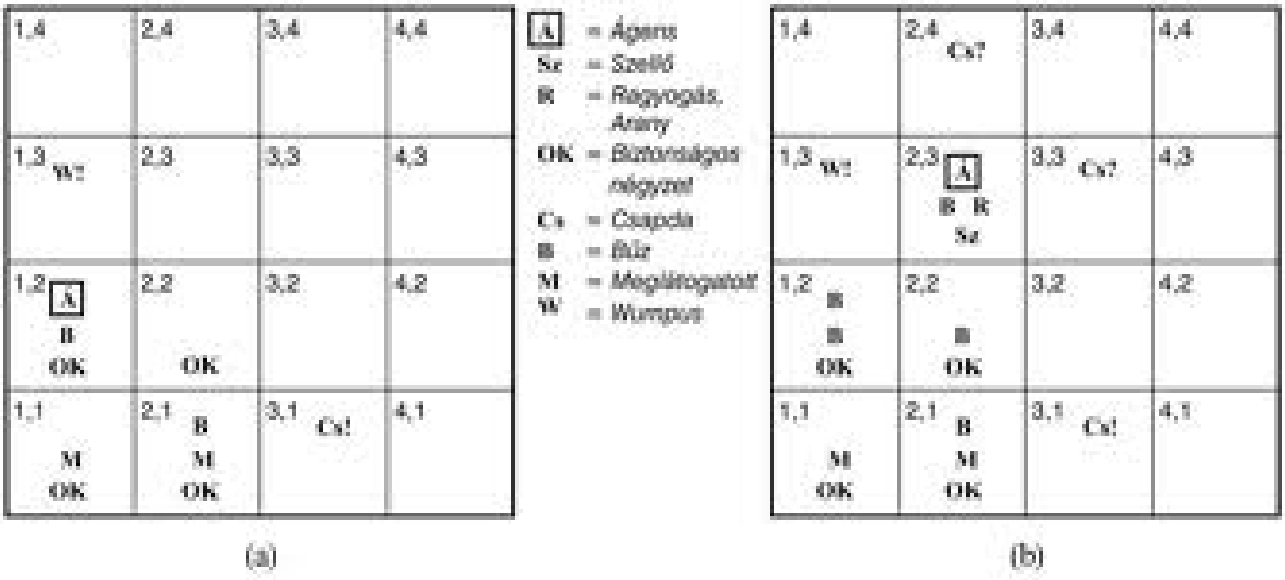
A wumpus világ



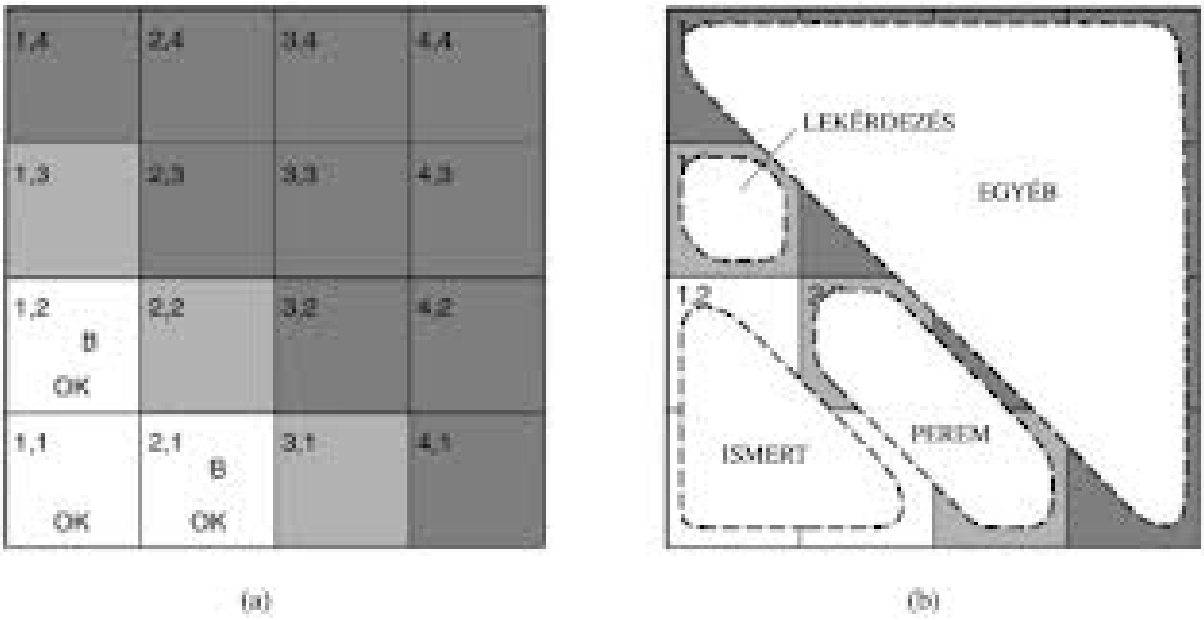
A wumpus világ



A wumpus világ



A wumpus világ



- Formális (formalizált) nyelv
- Szemantika
- A modell fogalma: Hol igaz TB minden állítása?.
- A következmény fogalma: szemantikai, szintaktikai
- Helyesség és teljesség
- Mi a kapcsolata a TB-nek a világgal?

A wumpus tudásbázisa

- $p_{i,j}$: csapda van $\langle i, j\rangle$-ben;
- $q_{i,j}$: szellő van $\langle i, j\rangle$-ben.
- r_1: nincs csapda $\langle 1, 1\rangle$-ben: $\neg p_{1,1}$
- Egy négyzet akkor és csak akkor szellős, ha csapda van a szomszédos négyzetben.
  - $s_{1,1} =_{def} q_{1,1} \equiv p_{1,2} \vee p_{2,1}$
  - $s_{4,1} =_{def} q_{4,1} \equiv p_{3,1} \vee p_{4,2}$
  - $s_{1,4} =_{def} q_{1,4} \equiv p_{1,3} \vee p_{2,4}$
  - $s_{4,4} =_{def} q_{4,4} \equiv p_{3,4} \vee p_{4,3}$
  - $s_{1,j} =_{def} q_{1,j} \equiv p_{1,j+1} \vee p_{2,j} \vee p_{1,j-1}$ ha $j = 2, 3$
  - $s_{4,j} =_{def} q_{4,j} \equiv p_{4,j+1} \vee p_{3,j} \vee p_{4,j-1}$ ha $j = 2, 3$
  - $s_{i,1} =_{def} q_{i,1} \equiv p_{i-1,1} \vee p_{i,2} \vee p_{i+1,1}$ ha $i = 2, 3$
  - $s_{i,4} =_{def} q_{i,4} \equiv p_{i-1,4} \vee p_{i,3} \vee p_{i+1,4}$ ha $i = 2, 3$
  - $s_{i,j} =_{def} q_{i,j} \equiv p_{i-1,j} \vee p_{i+1,j} \vee p_{i,j-1} \vee p_{i,j+1}$ ha $0 < i - 1, j - 1$ és $i + 1, j + 1 < 4$.
  - Ezek a formulák minden wumpus világban igazak.

- Tekintsük most az első két meglátogatott négyzet utáni állapotot:
  - r_1, azaz $\neg p_{1,1}$ teljesül;
  - tudjuk, hogy $\neg(q_{1,1} \equiv p_{1,2} \vee p_{2,1})$ azaz $\neg s_{1,1}$ teljesül;
  - tudjuk, hogy $q_{2,1} \equiv p_{1,1} \vee p_{2,2} \vee p_{3,1}$ azaz $s_{2,1}$ teljesül.
- 7 paraméter, összesen $2^7 = 128$ interpretáció.
- 3 interpretáció modellje TB-nek.
- TB modelljeiben $\neg p_{1,2}$ teljesül, azaz nincs csapda $\langle 1, 2\rangle$-ban.
- De: $p_{2,2}$ kettőben igaz, egyben hamis, így még nem tudjuk megmondani, hogy van-e csapda $\langle 2, 2\rangle$-ben.

Logikai fogalmak

- Kielégíthetőség, kielégíthetetlenség
- Logikai ekvivalencia
- Érvényesség
- Dedukció tétel
- Következtetési minták az állításlogikában: a természetes levezetés rendszere.
- A monotonitás jelentősége.
- A kompaktság jelentősége.

- A következtetési szabályok nélkül a modellek felsorolása alkalmas a feltett kérdés megválaszolására.
- A következtetési szabályok összes lehetséges alkalmazásának generálására definiálhatunk egy új állapotátmenet–függvényt:
  - az eddigi kereső algoritmusok felhasználhatóak a feltett kérdés megválaszolására;
  - a keresési feladat haladhat előre: a kezdeti tudásbázisból kiindulva, alkalmazva a következtetési szabályokat a célmondat levezetéséig;
  - visszafelé a célmondattól, megpróbálva megtalálni a következtetési szabályoknak olyan láncolatát, amely a kiindulási tudásbázisra alkalmazható szabályokból indul ki.
- A legrosszabb esetben egyik módszer sem hatékonyabb a másiknál.
- A gyakorlatban: a következtetési szabályok használata sokkal hatékonyabb lehet, mert képes figyelmen kívül hagyni az irreleváns állításokat (függetlenül attól, hogy hány van belőlük).

Nulladrendű rezolúció

- A természetes levezetés szabályai nemcsak helyesek, hanem teljesek is.
- Nulladrendű rezolúció:
  - olyan következtetési szabály, amelynek alkalmazása, párosítva bármelyik keresési módszerrel, egy teljes következtetési algoritmust eredményez;
  - alapja az egyik automatikus tételbizonyítási módszernek, a rezolúciós kalkulusnak.
  - a logikai programozás alapnyelve, a Prolog, a rezolúció egy fajtájának az algoritmikus megvalósítása.
- Alapötlet: két formulához hozzárendelünk egy speciális formulát, a rezolvensüket, amely következik a kiinduló formulákból.
  - Legyenek A, B, C tetszőleges nulladrendű formulák.

$$(A \vee C) \wedge (B \vee \neg C) \models (A \vee B)$$

$$(A \vee C) \wedge (B \vee \neg C) \vdash (A \vee B)$$

- Cáfolási (megcáfolási) teljesség: képes annak az eldöntésére, hogy egy formula következménye-e egy (véges) formulahalmaznak:
  - el tudja dönteni, hogy az $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \wedge \neg B$ formula kielégíthetetlen-e, azaz hogy teljesül-e az, hogy $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\} \models B$;
  - de: nem alkalmazható az összes következmény felsorolására, az összes olyan mondat megadására, amely egy adott tudásbázis esetén igaz.
  - Pl.: el tudja dönteni, hogy $(A \models A \vee B)$, de mint következtetési szabály A-ból nem tud eljutni az $(A \vee B)$ -ig.
- A rezolúció alapjául szolgál teljes következtetési algoritmusok egy családjának, azoknak, amelyekben azt kell tesztelni, hogy az adott tudásbázisból következik-e egy állítás.

A rezolúció fogalmi eszközei/1

- Literál: Ha $p \in Con$, akkor p-t és $\neg p$-t p alapú literálnak nevezzük.
- A p literál kiegészítő literálja $\neg p$, a $\neg p$ literál kiegészítő literálja p.
- Egy literált vagy literálok diszjunkcióját klóznak (clause) nevezzük. Ha a klóz egy literál, akkor egységklóznak nevezzük.
- Megállapodás: az egyszerűség érdekében az egyetlen egy literált sem tartalmazó üres karaktersorozatot üres klóznak nevezzük, jele: $\square$.
- Minden klózhoz egyértelműen hozzárendelhető literálok egy véges halmaza: Ha $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (nem feltétlenül különböző) literálok, akkor a $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_n$ klózhoz rendelt literálhalmaz $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$.
  - Egy n diszjunktív tagot tartalmazó klóz literálhalmaza lehet n-nél kisebb számosságú.
  - A diszjunkció asszociativitása, kommutativitása és idempotenciája miatt a klóz literálhalmmaza használható a klóz helyett: a klóz literálhalmazának elemeiből képzett diszjunkció logikailag ekvivalens a klózzal.
  - Az üres klóz literálhalmaza az üres halmaz.

A rezolúció fogalmi eszközei/2

- Az üres klóz ($\square$) felfogható egy olyan formulának, amelynek az értéke mindig hamis, hisz ez egy tagok nélküli diszjunkció, és ahhoz, hogy egy diszjunkció igaz legyen legalább egy tagjának igaznak kell lennie.
- Egy elemi diszjunkció (egy literál, vagy különböző alapú literálok diszjunkciója) mindig klóz, de nem minden klóz elemi diszjunkció.
- Elemi diszjunkciók konjunkcióját konjunktív normálformának nevezzük.
- A továbbiakban használni fogjuk az alábbi állításlogikai tételt: Ha A nem érvényes formula, akkor van vele logikailag ekvivalens konjunktív normálformájú formula.
- Ha A egy formula, akkor van vele logikailag ekvivalens olyan formula, amely egy klóz vagy klózok konjunkciója.
- Megjegyzés: A mesterséges intelligencia irodalmában gyakran az utóbbi alakot is konjunktív normálformaként emlegetik.

A rezolúció fogalmi eszközei/3

- Az előállítás lépései:
  1. kiküszöböljük a materiális ekvivalenciát: $(A \equiv B) \Leftrightarrow (A \supset B) \wedge (B \supset A)$;
  2. kiküszöböljük az implikációt: $(A \supset B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$;
  3. elérjük, hogy a negáció csak állításparaméterekre vonatkozzék: $\neg\neg A \Leftrightarrow A, \neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B), \neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$;
  4. alkalmazzuk a disztributivitási szabályokat: $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C), A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

A rezolúció fogalmi eszközei/4

- Az egységrezolúció szabálya:
  - Legyen A egy klóz, melynek literálhalmaza $L(A)$, B egy egységklóz, B' pedig a B literál kiegészítő literálja. Ekkor ha $B' \in L(A)$, akkor A és B rezolvense az $L(A) \setminus \{B'\}$ literálhalmazzal definiált klóz.
- Teljes rezolúciós szabály:
  - Legyen A, B két klóz, melyeknek literálhalmaza $L(A), L(B)$. Ha van olyan $C \in L(B)$, hogy $C' \in L(A)$, ahol C' C kiegészítő literálja, akkor az A és B klózok rezolvense az $L(A) \cup L(B) \setminus \{C, C'\}$ literálhalmazzal definiált klóz.

Példa/1

- Legyen $A = l_1 \vee \cdots \vee l_k$, B pedig l_i kiegészítő literálja és tegyük fel hogy $l_1, \ldots l_k$ különböző literálok. Ekkor az egységrezolúciós szabály a következő alakot ölti:

$$\frac{l_1 \vee \cdots \vee l_k, \quad B}{l_1 \vee \cdots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \cdots \vee l_k}$$

Példa/2

- Legyen $A = l_1 \vee \cdots \vee l_k$, $B = m_1 \vee \cdots \vee m_n$ és tegyük fel hogy l_i és m_j kiegészítő literálok. Tegyük fel továbbá, hogy $L(A) = \{l_1, \ldots, l_k\}$ és $L(B) = \{m_1, \ldots, m_n\}$, azaz mind A mind B literáljai különbözőek. Ekkor a teljes rezolúciós szabály a következő alakot ölti:

$$\frac{l_1 \vee \cdots \vee l_k, \quad m_1 \vee \cdots \vee m_n}{l_1 \vee \cdots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \cdots \vee l_k \vee m_1 \vee \cdots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \cdots \vee m_n}$$

Példa/3

- Ha csak kettő hosszúságú klózokkal foglalkozunk, azaz $A = l_1 \vee l_2$, $B = \neg l_3 \vee l_3$, akkor a teljes rezolluciós szabály a következő alakot ölti:

$$\frac{l_1 \vee l_2, \quad \neg l_2 \vee l_3}{l_1 \vee l_3}$$

- Üres klózhoz akkor jutunk, ha kiegészítő literálokat rezolválunk:

$$\frac{p, \quad \neg p}{\square}$$

A rezolúció algoritmusa

- Az ellentmondásokra vezető bizonyítások elvén működnek:
  - azt kell belátni, hogy egy formula kielégíthetetlen:
    - Legyen TB a tudásbázist leíró formulák konjunkciója, A pedig az a formula, amelynek teljesülésére kíváncsiak vagyunk. A akkor fog bizonyosan teljesülni a tudásbázis mellett, ha $TB \models A$ teljesül. Ez utóbbi pedig akkor teljesül, ha a $TB \wedge \neg A$ formula kielégíthetetlen.
- Elsőször a $TB \wedge \neg A$ formulát konvertáljuk olyan alakra, amely klózok konjunkciójából áll (gyenge konjunktív normálforma).
- A konjukció tényezőiként szereplő klózokból álló klózhalmazra alkalmazzuk a rezolúciós szabályt.
  - Minden egyes párt, amely kiegészítő literálokat tartalmaz rezolválunk, a létrejött új klózt hozzáadjuk a klózhalmazhoz (ennek akkor van hatása, ha az új klóz még nem eleme a klózhalmaznak).
  - A folyamat addig folytatódik, ameddig a következő két eset valamelyike nem következik be:
    1. nincs több új klóz amit hozzá lehet adni: ebben az esetben $TB \not\models A$;
    2. a relozúció alkalmazása egy üres klózra vezet: ekkor $TB \models A$.

Előre- és hátrafelé lácolás

- A rezolúciót a teljesség tulajdonsága fontos következtetési módszerré teszi.
  - De: számos esetben a rezolúció teljes erejére nincs szükség.
  - Ekkor a TB a klózoknak csak egy speciális fajtáját tartalmazza, a Horn–klózokat.

Definíció

A Horn–klóz literálok olyan diszjunkciója, amelyek közül legfeljebb egy pozitív (nem tartalmaz negációt).

- Minden Horn–klóz felírható egy implikációként.
- A Horn–klózokat határozott klózoknak nevezik:
  - a pozitív literál: a klóz feje;
  - a negatív literálok alkotják a klóz testét.
- A negatív literálok nélküli klózt ténynek nevezzük.

- A határozott klózok alkotják a logikai programozás alapját.
- Egy pozitív literál nélküli Horn–klóz felírható olyan implikációként, amelynek utótagja a falsum ($\perp$):
  - Az ilyen formulákat az adatbázis-kezelés területén integritás kényszernek nevezik (adatbázishibát jelez).
- Horn–formájú tudásbázisok:
  - határozott klózokat tartalmaz;
  - nincsenek benne intergritáskényszerek.
- A továbbiakban az egyszerűség kedvéért csak Horn–formájú tudásbázisokkal foglalkozunk.
- A Horn–klózokon végzett következtetés két tipikus algoritmusa:
  - előrefelé láncolás;
  - hátrafelé láncolás.
- A következtetés helyességének eldöntéséhez szükséges idő lineárisan függ a tudásbázis méretétől.

Előrefelé láncolás

- Az algoritmus a tudásbázisban található ismert tényekből (pozitív literálok) indul ki.
- Kérdése: egy állításparaméter következménye-e a Horn–klózokat tartalmazó tudásbázisnak?
- Ha egy implikáció minden előtagja ismert, akkor az utótagját hozzáadjuk az ismert tények halmazához.
- A folyamat megáll:
  - ha a kérdésben szereplő állításparamétert hozzá tudjuk adni az ismert tények halmazához;
  - ha már nem tudunk további következtetést végrehajtani.
- Az előrefelé láncolás az általános adatvezérelt következtetési elvnek egy példája:
  - olyan következtetési elv, amelyben a figyelem fókusza kezdetben az ismert adatokon van;
  - a mindennapi életben gyakori, de kontroll alatt kell tartani.

Hátrafelé láncolás

- A lekérdezésből kiindulva működik.
  - Az algoritmus megtalál minden olyan implikációt a tudásbázisban, amelynek következménye a lekérdezésben szereplő állításparaméter.
  - Ha valamelyik ilyen implikációnak az összes előtagját be lehet bizonyítani, akkor a lekérdezésben szereplő állításparaméter igaz.
- A hátrafelé láncolás a a célorientált következtetés egy formája.
- Egy ágensnek meg kell osztania a munkát az előrefelé és a hátrafelé láncolás között:
  - korlátozni kell az előrefelé láncolást a releváns tényekre;
  - a releváns tények hátrafelé láncolás útján derülhetnek ki.

Példa: előrefelé — hátrafelé láncolás

- Tudásbázis:
  - $p \supset q$
  - $r_3 \wedge r_4 \supset p$
  - $r_2 \wedge r_3 \supset r_4$
  - $r_1 \wedge p \supset r_3$
  - $r_1 \wedge r_2 \supset r_3$
  - r_1
  - r_2
- Kérdés: Igaz–e q?

DPLL algoritmus

- Három szinten fejleszti tovább az IK–VONZAT? algoritmust:
  1. korai leállás;
  2. tiszta szimbólum heurisztika;
  3. egységklóz heurisztika.

Korai leállás

- Az algoritmus észreveszi, hogy egy biztosan igaz vagy hamis még részben elkészült modell alapján is:
  - egy klóz igaz, ha bármelyik literál igaz;
  - ha bármelyik klóz hamis (azaz minden literálja hamis), akkor a formula hamis.
- A korai leállás a keresési tér egész részfáinak átvizsgálását kerüli el.

Tiszta szimbólum heurisztika

- Egy tiszta szimbólum egy olyan szimbólum, amely mindig ugyanolyan "előjellel" szerepel.
  - $p \vee \neg q, \neg q \vee \neg r, p \vee r$: p, q tiszta, r nem tiszta.
- Ha egy formulának van modellje, akkor akkor létezik olyan tiszta szimbólumokat tartalmazó modellje is, amelyben a tiszta igazak.
- Fontos: a szimbólum tisztaságának meghatározásakor az algoritmus figyelmen kívül hagyhatja azokat a klózokat, amelyekről már tudjuk, hogy igazak a modell eddig konstruálása alapján.

Egységklóz heurisztika

- Az egységklózokra vonatkozó hozzárendelést végiggördíti a klózokon mielőtt elágazna a maradékon.

- Az állításlogika nyelve:
  - reprezentatív: képes a tudás reprezentálására;
  - deklaratív természetű: a tudás és a következtetés különálló fogalmak, a következtetés helyessége csak a logikai sajátosságoktól függ;
  - kompozicionális;
  - nem kontextusfüggő
  - de: a kifejező ereje nagyon korlátozott: sok objektumot tartalmazó környezet tömör leírását nem teszi lehetővé.
- A természetes nyelvek lehetővé teszik a környezet tömör és összefogott leírását.
- A természetes nyelvet deklarativ tudásreprezentációs nyelvnek (is) tekintik.
  - kontextusfüggő,
  - többértelmű.
- Amire szükség van: egy deklaratív, reprezentatív, kompozicionláis, kontextusfüggetlen, nagy kifejezőerővel rendelkező nyelv.
- Az elsőrendű logika nyelve

Az elsőrendű logika nyelve

- $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$
  - Nevek — odjektumok: $Term$ — U elemei
  - Műveletek kifejezői — műveletek reprezentálása:
    - függvényjelek — $f : U^{(n)} \to U$
  - Tulajdonságok kifejezői — tulajdonságok reprezentálása:
    - egyargumentumó predikátumparaméterek — U részhalmazai
  - Relációk kifejezői — relációk reprezentálása:
    - n–argumentumó predikátumparaméterek ($n \geq 2$) — $U^{(n)}$ részhalmazai
  - Kvantorok: univerális ($\forall$), egzisztenciális ($\exists$)
  - Azonosság (egyenlőség): $=$

Az elsőrendű logika szemantikája

- Interrpetáció: $\langle U, \varrho \rangle$
- Értékelés: $v : Var \to U$
- Modell: $\langle U, \varrho, v \rangle$

Állítások és lekérdezések az elsőrendű logikában

- Az állításokat a *KIJELENT* segítségével adjuk hozzá a tudásbázishoz.
  - $KIJELENT(TB, Kiraly(Janos))$
  - $KIJELENT(TB, \forall x(Kiraly(x) \supset Szemely(x)))$
- Lekérdezés: *KERDEZ*:
  - $KERDEZ(TB, Szemely(Janos))$: válasz 0 vagy 1 (igaz vagy hamis)
  - $KERDEZ(TB, \exists x Szemely(x))$: válasz: helyettesítési lista: változó/terminus párok halmaza (pl.: $\{x/Janos, x/Istvan\}$)

Példa/1: rokonsági kapcsolatok

- Szándékolt objektumok: személyek
- Egyargumentumú predikátumok: *Ferfi*, *No*
- Kétargumentumú predikátumok:
  Szuloje, *Testvere*, *Fivere*, *Novere*, *Gyereke*, *Lanya*, *Fia*, *Hazastarsa*, *Felesege*, *Ferje*, *Nagyszuloje*, *Unokatestvere*, *Nagynenje*, *Nagybatyja* stb.
- Függvények: *Anyja*, *Apja*
- Alapvető tények (axiómák) a tárgyterület felépítésre szogálnak:
  - $\forall x \forall y(Anyja(y) = x \equiv No(x) \wedge Szuloje(x, y))$
  - $\forall x \forall y(Ferje(y, x) \equiv Ferfi(y) \wedge Hazastarsa(y, x))$
  - $\forall x(Ferfi(x) \equiv \neg No(x))$
  - $\forall x \forall y(Szuloje(y, x) \equiv Gyermeke(x, y))$
  - $\forall x \forall y(Nagyszuloje(x, y) \equiv \exists z(Szuloje(x, z) \wedge Szuloje(z, y)))$
  - $\forall x \forall y(Testvere(x, y) \equiv (\neg(x = y) \wedge \exists z(Szuloje(z, x) \wedge Szuloje(z, y))))$
- Tétel-e a kovetkező:
  $KERDEZ(TB, \forall x \forall y(Testvere(x, y) \equiv Testvere(y, x)))$

Példa/2: természetes számok (a teljes indukció nélkül)

- Egyargumentumú predikátum: *TermSzam*
- Függvény: S (a rákövetkezés művelete)
- Axiómák:
  - $Termszam(0)$
  - $\forall x(Termszam(x) \supset TermSzam(S(x)))$
  - $\forall x \neg(0 = S(x))$
  - $\forall x \forall y(\neg(x = y) \supset \neg(S(x) = S(y)))$
- Az összeadás definiálása:
  - $\forall x(TermSzam(x) \supset (+(0, x) = x))$
  - $\forall x \forall y(TermSzam(x) \wedge TermSzam(y) \supset (+(S(x), y) = S(+(x, y))))$
- Asszociatív-e a művelet?
  $KERDEZ(TB, \forall x \forall y \forall z(+(x, +(y, z)) = (+(+(x, y), z))))$

Tudástervezés az elsőrendű logikában

- Tudástervezés: a tudásbázis felépítése
- A tudástervezés folyamata:
  - A feladat beazonosítása: Analóg a TKBÉ-folyamat során ismertetett lépésekkel.
  - A releváns tudás összegyűjtése (ezen a szinten tudást formálisan nem reprezentáljuk).
  - Meg kell határozni a predikátumparaméterek. függvények és névparaméterek szótárát. Az eredmény egy szótár: ezt a szótárt a tárgyterület ontológiájának nevezzük.
  - A tárgyterületről szóló általános tudás kódolása.
  - Az adott problémapéldány leírásának kódolása.
  - Lekérdezéseket fogalmazunk meg a következtetési folyamat számára és válaszokat vezetünk le.
  - Kiszűrjük a hibákat a tudásbázisból (pl.: pótoljuk a hiányzó axiómákat).

Kvantorokra vonatkozó következtetési szabályok/1

- Például:
  - $\forall x(Kiraly(x) \wedge Moho(x) \supset Gonosz(x))$
  - $Kiraly(Janos) \wedge Moho(Janos) \supset Gonosz(Janos)$
  - $Kiraly(Richard) \wedge Moho(Richard) \supset Gonosz(Richard)$
- Univerzális példányosítás:
  - $\forall xA \vDash A_x^t$, ha az x változó helyettesíthető a t terminussal az A formulában.
  - Jelölés: $HELYETTESIT(\theta, A) = A_x^t$, ahol $\theta = \{x/t\}$ (az x változó minden szabad előfordulását a t terminussal helyettesítjük az A formulában).
  - $\forall xA \vDash HELYETTESIT(\{x/t\}, A)$
  - Az univerzális példányosítás bármely olyan terminussal elvégezhető, amelyre teljesül, hogy x behelyettesíthető t-vel A-ban (változókat nem tartalmazó úgynevezett alapterminusok esetén ez mindig teljesül).

Kvantorokra vonatkozó következtetési szabályok/2

- János van anyja. Nevezzük el Mariskának. Ekkor Mariska anyja Jánosnak, de csak olyan nevet választhattunk, amely nem fordul elő máshol a tudásbázisban.
- Egzisztenciális példányosítás:
  - $\exists xA \vDash A_x^c$, ha a c névparaméter nem fordul elő a tudásbázisban, azaz egy eddig nem használt névparamétert helyettesítünk be. (A névparaméterek esetében mindig teljesül, hogy az x változó helyettesíthető egy névparaméterrel az A formulában.)
  - A felhasznált c névparamétert szokták Skolem–konstansnak nevezni.
  - Az egzisztenciális példányosítás csak egyszer végezhető el.

Redukálás állításlogikára

- Az egzisztenciális kvantorral kezdődő formulát felcserélhettünk a formula egy speciális példányával.
- Egy univerzális kvantorral kezdődő formulát felcserélhetünk egy formulahalmazzal, amely a formula összes lehetséges alapterminussal való példányosítását tartalmazza:
  - TB
    - $\forall x(Kiraly(x) \wedge Moho(x) \supset Gonosz(x))$
    - $Kiraly(Janos)$
    - $Moho(Janos)$
    - $Fiver(Richard, Janos)$
  - Példányosítás: $\{x/Janos\}, \{x/Richard\}$
    - $Kiraly(Janos) \wedge Moho(Janos) \supset Gonosz(Janos)$
    - $Kiraly(Richard) \wedge Moho(Richard) \supset Gonosz(Richard)$
- Ez az állításlogikára való visszavezetés technikája.

- Az állításlogikára való visszavezetés technikája:
  - Minden elsőrendű tudásbázis és lekérdezés átalakítható állításlogikai formulákra úgy, hogy a tudásbázis következményei nem változnak.
- De: ha a tudásbázis tartalmaz függényszimbólumot, a lehetséges alapterminusok, a lehetséges alapterminusok helyettesítéseinek halmaza végtelen. Pl.: *Apja*:
  $Apja(Janos), Apja(Apja(Janos)), Apja(Apja(Apja(Janos)))$ stb.
- Herbrand tétele: Ha egy formula következik az eredeti elsőrendű tudásbázisból, akkor létezik olyan bizonyítás, amely csak egy véges részhalmazt használ fel az állításlogikára átalakított tudásbázisból.
- Ezt a részhalmazt meg lehet találni úgy, hogy először generáljuk az összes példányt
  - az állíásparaméterekhez: megnézzük teljesül-e a következmény;
  - ha nem, akkor hozzáadjuk a tudásbázishoz az összes I-es mélységű terminust: megnézzük teljesül-e a következmény;
  - ha nem, akkor hozzáadjuk a tudásbázishoz az összes II-es mélységű terminust: megnézzük teljesül-e a következmény;
  - stb. mindaddig, amíg nem teljesül a következmény.

- A felvázolt eljárás teljes: bármely következményt bizonyítani tudunk.
- De: Mi történik, ha a lekérdezésben szereplő formula nem következmény?
- Erre a kérdésre a válasz elsőrendű logikában nemleges: végtelen ciklusba kerülhetünk.
- Ez hasonló a Turing gépek leállási problémájához.
- Turing, Church tétel: Az elsőrendű logikában a következmény kérdése félig eldönthető: létezik olyan algoritmus, amely egy következményről bebizonyítja, hogy az adott formula valóban következmény, de nem létezik olyan algoritmus, amely egy tetszőleges formuláról el tudja dönteni, hogy következmény-e (nemleges választ nem tud adni).
- Szükség van-e az összes lehetséges helyettesítés elvégzésére?

- Általánosított modus ponens: Ha $A_1, \ldots, A_n, A'_1, \ldots, A'_n, B$ olyan elsőrendű atomi formulák, amelyekre θ egy olyan helyettesítés, hogy $HELYETTESIT(\theta, A_i) = HELYETTESIT(\theta, A'_i)$ minden i-re, akkor

$$\frac{A'_1, \ldots, A'_n, \quad A_1 \wedge \cdots \wedge A_n \supset B}{HELYETTESIT(\theta, B)}$$

  - Tehát elegendő csak azokat a példányosításokat vizsgálni, amelyek a konklúzió szempontjából relevánsak.
- Az általánosított modus ponenst kiemelt modus ponensnek is nevezik: átemeli az állításlogikából az elsőrendű logikába a modus ponens következtetési sémát.
  - Ennek alapján az előrefelé és a hátrafelé láncolás kialakítható az elsőrendű logikára is.
- Kifejleszthető a rezolúció algoritmusa az elsőrendű logikára is.
- A kiemelt következtetési szabályok előnye az állításlogikára való visszavezetéssel szemben az, hogy csak azokat helyettesítéseket hajtják végre, amelyek bizonyos következtetések végrehajtását teszik lehetővé.

Egyesítés

- A kiemelt következtetések végrehajtásához olyan helyettesítéseket kell találni, amelyek a különböző formulákat látszólag azonossá teszik:
  - a folyamatot egyesítési lépésnek nevezzük.
  - Az *EGYESIT* algoritmus vesz két formulát, és visszaad egy rájuk vonatkozó egyesítést, ha létezik ilyen.
  - $EGYESIT(A, B) = \theta$, ahol $HELYETTESIT(\theta, A) = HELYETTESIT(\theta, B)$
- Például:
  - $EGYESIT(Ismer(Janos, x), Ismer(y, Lajos)) = \{x/Lajos, y/Janos\}$
  - De: $EGYESIT(Ismer(Janos, x), Ismer(x, Erzsebet)) = sikertelen$
    - Ilyenkor az egyesítendő formulákban át kell neveznünk a változókat.
- A legáltalánosabb (a változók értékeire legkevesebb korlátozást megadó) helyettesítésre kell törekedni.
  - $EGYESIT(Ismer(Janos, x), Ismer(y, z))$: $\theta = \{y/Janos, x/z\}$

- Előrefelé láncolás az elsőrendű logikában.
- Hátrafelé láncolás az elsőrendű logikában.