

Logika II.

Nyelvész PhD

Mihálydeák Tamás
`mihalydeak.tamas@inf.unideb.hu`

Számítógéptudományi Tanszék

2017. február 23.

Definíció

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).
- $Var (= \{x_n : n = 0, 1, 2, \dots\})$ a nyelv változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).
- $Var (= \{x_n : n = 0, 1, 2, \dots\})$ a nyelv változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\mathcal{F}(n) \cup \mathcal{P}(n))$ a nyelv nemlogikai konstansainak legfeljebb megszámlálhatóan végtelen halmaza.

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).
- $Var (= \{x_n : n = 0, 1, 2, \dots\})$ a nyelv változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\mathcal{F}(n) \cup \mathcal{P}(n))$ a nyelv nemlogikai konstansainak legfeljebb megszámlálhatóan végtelen halmaza.
 - $\mathcal{F}(0)$ a névparaméterek (névkonstansok),

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).
- $Var (= \{x_n : n = 0, 1, 2, \dots\})$ a nyelv változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\mathcal{F}(n) \cup \mathcal{P}(n))$ a nyelv nemlogikai konstansainak legfeljebb megszámlálhatóan végtelen halmaza.
 - $\mathcal{F}(0)$ a névparaméterek (névkonstansok),
 - $\mathcal{F}(n)$ az n argumentumú függvényjelek (műveleti jelek),

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).
- $Var (= \{x_n : n = 0, 1, 2, \dots\})$ a nyelv változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\mathcal{F}(n) \cup \mathcal{P}(n))$ a nyelv nemlogikai konstansainak legfeljebb megszámlálhatóan végtelen halmaza.
 - $\mathcal{F}(0)$ a névparaméterek (névkonstansok),
 - $\mathcal{F}(n)$ az n argumentumú függvényjelek (műveleti jelek),
 - $\mathcal{P}(0)$ az állításparaméterek (állításkonstansok),

Definíció

Klasszikus elsőrendű nyelven az

$$L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$$

rendezett ötöst értjük, ahol

- $LC = \{\neg, \supset, \&, \vee, \equiv, =, \forall, \exists, (,)\}$ (a nyelv logikai konstansainak halmaza).
- $Var (= \{x_n : n = 0, 1, 2, \dots\})$ a nyelv változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \bigcup_{n=0}^{\infty} (\mathcal{F}(n) \cup \mathcal{P}(n))$ a nyelv nemlogikai konstansainak legfeljebb megszámlálhatóan végtelen halmaza.
 - $\mathcal{F}(0)$ a névparaméterek (névkonstansok),
 - $\mathcal{F}(n)$ az n argumentumú függvényjelek (műveleti jelek),
 - $\mathcal{P}(0)$ az állításparaméterek (állításkonstansok),
 - $\mathcal{P}(n)$ az n argumentumú predikátumparaméterek (predikátumkonstansok) halmaza.

Definíció

Definíció

- Az LC , Var , $\mathcal{F}(n)$, $\mathcal{P}(n)$ halmazok $(n = 0, 1, 2, \dots)$ páronként diszjunktak.

Definíció

- Az LC , Var , $\mathcal{F}(n)$, $\mathcal{P}(n)$ halmazok ($n = 0, 1, 2, \dots$) páronként diszjunktak.
- A nyelv terminusainak a halmazát, azaz a *Term* halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:

Definíció

- Az LC , Var , $\mathcal{F}(n)$, $\mathcal{P}(n)$ halmazok ($n = 0, 1, 2, \dots$) páronként diszjunktak.
- A nyelv terminusainak a halmazát, azaz a $Term$ halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:
 - $Var \cup \mathcal{F}(0) \subseteq Term$

Definíció

- Az LC , Var , $\mathcal{F}(n)$, $\mathcal{P}(n)$ halmazok ($n = 0, 1, 2, \dots$) páronként diszjunktak.
- A nyelv terminusainak a halmazát, azaz a $Term$ halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:
 - $Var \cup \mathcal{F}(0) \subseteq Term$
 - Ha $f \in \mathcal{F}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor $f(t_1, t_2, \dots, t_n) \in Term$.

Definíció

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a Form halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a $Form$ halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*
 - 1 $\mathcal{P}(0) \subseteq Form$

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a $Form$ halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*
 - 1 $\mathcal{P}(0) \subseteq Form$
 - 2 *Ha $t_1, t_2 \in Term$, akkor $(t_1 = t_2) \in Form$*

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a Form halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*
 - 1 $\mathcal{P}(0) \subseteq Form$
 - 2 *Ha $t_1, t_2 \in Term$, akkor $(t_1 = t_2) \in Form$*
 - 3 *Ha $P \in \mathcal{P}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor $P(t_1, t_2, \dots, t_n) \in Form$.*

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a $Form$ halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*
 - 1 $\mathcal{P}(0) \subseteq Form$
 - 2 *Ha $t_1, t_2 \in Term$, akkor $(t_1 = t_2) \in Form$*
 - 3 *Ha $P \in \mathcal{P}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor $P(t_1, t_2, \dots, t_n) \in Form$.*
 - 4 *Ha $A \in Form$, akkor $\neg A \in Form$.*

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a Form halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*
 - 1 $\mathcal{P}(0) \subseteq Form$
 - 2 *Ha $t_1, t_2 \in Term$, akkor $(t_1 = t_2) \in Form$*
 - 3 *Ha $P \in \mathcal{P}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor $P(t_1, t_2, \dots, t_n) \in Form$.*
 - 4 *Ha $A \in Form$, akkor $\neg A \in Form$.*
 - 5 *Ha $A, B \in Form$, akkor $(A \supset B), (A \& B), (A \vee B), (A \equiv B) \in Form$.*

Definíció

- *A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a $Form$ halmazt az alábbi induktív definíció adja meg:*
 - ❶ $\mathcal{P}(0) \subseteq Form$
 - ❷ *Ha $t_1, t_2 \in Term$, akkor $(t_1 = t_2) \in Form$*
 - ❸ *Ha $P \in \mathcal{P}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor $P(t_1, t_2, \dots, t_n) \in Form$.*
 - ❹ *Ha $A \in Form$, akkor $\neg A \in Form$.*
 - ❺ *Ha $A, B \in Form$, akkor $(A \supset B)$, $(A \& B)$, $(A \vee B)$, $(A \equiv B) \in Form$.*
 - ❻ *Ha $x \in Var$, $A \in Form$, akkor $\forall xA$, $\exists xA \in Form$.*

Az interpretáció fogalma

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

- $U \neq \emptyset$ azaz U nemüres halmaz;

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

- $U \neq \emptyset$ azaz U nemüres halmaz;
- $Dom(\varrho) = Con$

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

- $U \neq \emptyset$ azaz U nemüres halmaz;
- $Dom(\varrho) = Con$
 - Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $\varrho(a) \in U$;

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

- $U \neq \emptyset$ azaz U nemüres halmaz;
- $Dom(\varrho) = Con$
 - Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $\varrho(a) \in U$;
 - Ha $f \in \mathcal{F}(n)$ ($n \neq 0$), akkor $\varrho(f) : U^{(n)} \rightarrow U$

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

- $U \neq \emptyset$ azaz U nemüres halmaz;
- $Dom(\varrho) = Con$
 - Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $\varrho(a) \in U$;
 - Ha $f \in \mathcal{F}(n)$ ($n \neq 0$), akkor $\varrho(f) : U^{(n)} \rightarrow U$
 - Ha $p \in \mathcal{P}(0)$, akkor $\varrho(p) \in \{0, 1\}$;

Az interpretáció fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ párt az $L^{(1)}$ nyelv egy interpretációjának nevezzük, ha

- $U \neq \emptyset$ azaz U nemüres halmaz;
- $Dom(\varrho) = Con$
 - Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $\varrho(a) \in U$;
 - Ha $f \in \mathcal{F}(n)$ ($n \neq 0$), akkor $\varrho(f) : U^{(n)} \rightarrow U$
 - Ha $p \in \mathcal{P}(0)$, akkor $\varrho(p) \in \{0, 1\}$;
 - Ha $P \in \mathcal{P}(n)$ ($n \neq 0$), akkor $\varrho(P) \subseteq U^{(n)}$.

Az értékelés fogalma

Az értékelés fogalma

Definíció

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

- $Dom(v) = Var;$

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

- $Dom(v) = Var$;
- Ha $x \in Var$, akkor $v(x) \in U$.

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

- $Dom(v) = Var$;
- Ha $x \in Var$, akkor $v(x) \in U$.

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

- $Dom(v) = Var$;
- Ha $x \in Var$, akkor $v(x) \in U$.

Definíció

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

- $Dom(v) = Var$;
- Ha $x \in Var$, akkor $v(x) \in U$.

Definíció

A módosított értékelés fogalma: Legyen v egy tetszőleges $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó értékelés, $x \in Var$ egy változó és $u \in U$ egy objektum. Ekkor bármely $y \in Var$ esetén

Az értékelés fogalma

Definíció

Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó v értékelésen egy olyan függvényt értünk, amely teljesíti a következőket:

- $Dom(v) = Var$;
- Ha $x \in Var$, akkor $v(x) \in U$.

Definíció

A módosított értékelés fogalma: Legyen v egy tetszőleges $\langle U, \varrho \rangle$ interpretációra támaszkodó értékelés, $x \in Var$ egy változó és $u \in U$ egy objektum. Ekkor bármely $y \in Var$ esetén

$$v[x : u](y) = \begin{cases} u, & \text{ha } y = x; \\ v(y), & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

Szemantikai szabályok

Legyen adott egy $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és egy rá támaszkodó v értékelés.

Szemantikai szabályok

Legyen adott egy $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és egy rá támaszkodó v értékelés.

- Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $|a|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(a)$.

Szemantikai szabályok

Legyen adott egy $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és egy rá támaszkodó v értékelés.

- Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $|a|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(a)$.
- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = v(x)$.

Szemantikai szabályok

Legyen adott egy $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és egy rá támaszkodó v értékelés.

- Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $|a|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(a)$.
- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = v(x)$.
- Ha $f \in \mathcal{F}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor

$$|f(t_1)(t_2) \dots (t_n)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(f)(\langle |t_1|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, |t_2|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, \dots, |t_n|_v^{\langle U, \varrho \rangle} \rangle)$$

Szemantikai szabályok

Legyen adott egy $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és egy rá támaszkodó v értékelés.

- Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $|a|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(a)$.
- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = v(x)$.
- Ha $f \in \mathcal{F}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor

$$|f(t_1)(t_2) \dots (t_n)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} =$$

$$\varrho(f)(\langle |t_1|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, |t_2|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, \dots, |t_n|_v^{\langle U, \varrho \rangle} \rangle)$$
- Ha $p \in \mathcal{P}(0)$, akkor $|p|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(p)$

Szemantikai szabályok

Legyen adott egy $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és egy rá támaszkodó v értékelés.

- Ha $a \in \mathcal{F}(0)$, akkor $|a|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(a)$.
- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = v(x)$.
- Ha $f \in \mathcal{F}(n)$, ($n = 1, 2, \dots$), és $t_1, t_2, \dots, t_n \in Term$, akkor

$$|f(t_1)(t_2) \dots (t_n)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(f)(\langle |t_1|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, |t_2|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, \dots, |t_n|_v^{\langle U, \varrho \rangle} \rangle)$$
- Ha $p \in \mathcal{P}(0)$, akkor $|p|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \varrho(p)$
- Ha $t_1, t_2 \in Term$, akkor

$$|(t_1 = t_2)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1, & \text{ha } |t_1|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = |t_2|_v^{\langle U, \varrho \rangle} \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

Szemantikai szabályok

- Ha $P \in \mathcal{P}(n)$ ($n \neq 0$), $t_1, \dots, t_n \in \text{Term}$, akkor

$$|P(t_1) \dots (t_n)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1, & \text{ha } \langle |t_1|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, \dots, |t_n|_v^{\langle U, \varrho \rangle} \rangle \in \varrho(P); \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $P \in \mathcal{P}(n)$ ($n \neq 0$), $t_1, \dots, t_n \in \text{Term}$, akkor

$$|P(t_1) \dots (t_n)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1, & \text{ha } \langle |t_1|_v^{\langle U, \varrho \rangle}, \dots, |t_n|_v^{\langle U, \varrho \rangle} \rangle \in \varrho(P); \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

- Ha $A \in \text{Form}$, akkor $|\neg A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1 - |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle}$.

Szemantikai szabályok

Szemantikai szabályok

- Ha $A, B \in Form$, akkor

$$|(A \supset B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $A, B \in Form$, akkor

$$|(A \supset B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $A, B \in \text{Form}$, akkor

$$|(A \supset B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|(A \& B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $A, B \in \text{Form}$, akkor

$$|(A \supset B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|(A \& B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|(A \vee B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $A, B \in \text{Form}$, akkor

$$|(A \supset B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|(A \& B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 1; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|(A \vee B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0, \text{ és } |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|(A \equiv B)|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1 & \text{ha } |A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = |B|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

Szemantikai szabályok

- Ha $A \in Form, x \in Var$, akkor

$$|\forall x A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0, & \text{ha van olyan } u \in U, \text{ hogy } |A|_{v[x:u]}^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $A \in Form, x \in Var$, akkor

$$|\forall x A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0, & \text{ha van olyan } u \in U, \text{ hogy } |A|_{v[x:u]}^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Szemantikai szabályok

- Ha $A \in Form$, $x \in Var$, akkor

$$|\forall x A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 0, & \text{ha van olyan } u \in U, \text{ hogy } |A|_{v[x:u]}^{\langle U, \varrho \rangle} = 0; \\ 1, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

$$|\exists x A|_v^{\langle U, \varrho \rangle} = \begin{cases} 1, & \text{ha van olyan } u \in U, \text{ hogy } |A|_{v[x:u]}^{\langle U, \varrho \rangle} = 1; \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Deskripciók

- olyan nevek, amelyek jelentésük által jelölnek;

Deskripciók

- olyan nevek, amelyek jelentésük által jelölnek;
- nem merev jelölők;

Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?

Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?

- Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.

Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?

- Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.
 - De: Ez szemantikai bizonytalanságot okoz a nyelvhasználatban, hiszen az *Arisztotelész* név az alábbi leírások bármelyikét rövidítheti:

Platón tanítványa és Nagy Sándor nevelője
Platón Sztageirából származó tanítványa

Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?

- Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.
 - De: Ez szemantikai bizonytalanságot okoz a nyelvhasználatban, hiszen az *Arisztotelész* név az alábbi leírások bármelyikét rövidítheti:

Platón tanítványa és Nagy Sándor nevelője
Platón Sztageirából származó tanítványa

- Mit jelent a következő mondat?

Arisztotelész Sztageirából származott.

Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?

- Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.
 - De: Ez szemantikai bizonytalanságot okoz a nyelvhasználatban, hiszen az *Arisztotelész* név az alábbi leírások bármelyikét rövidítheti:

Platón tanítványa és Nagy Sándor nevelője
Platón Sztageirából származó tanítványa

- Mit jelent a következő mondat?

Arisztotelész Sztageirából származott.

- Frege: Egy tökéletes nyelvben ilyen ingadozásoknak nem szabad előfordulniuk.

Van-e a tulajdonneveknek jelentésük?

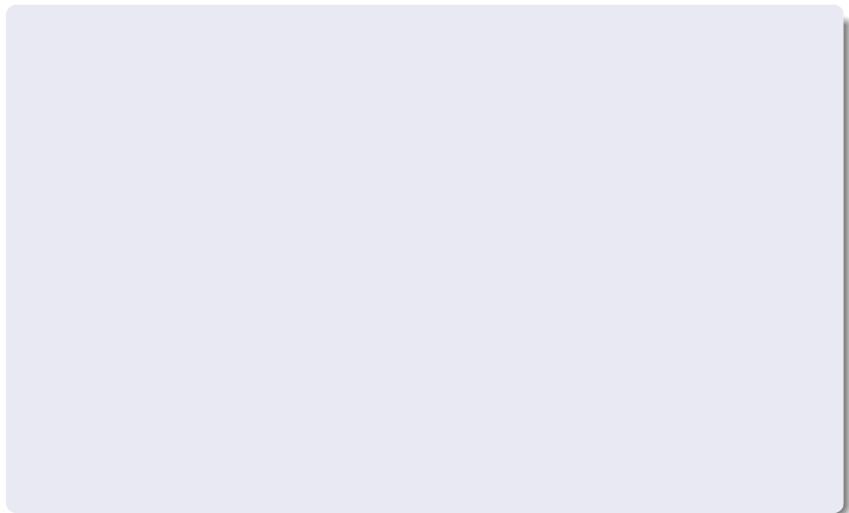
- Frege, Russell: a tulajdonnevek rövidített leírások.
 - De: Ez szemantikai bizonytalanságot okoz a nyelvhasználatban, hiszen az *Arisztotelész* név az alábbi leírások bármelyikét rövidítheti:

Platón tanítványa és Nagy Sándor nevelője
Platón Sztageirából származó tanítványa

- Mit jelent a következő mondat?

Arisztotelész Sztageirából származott.

- Frege: Egy tökéletes nyelvben ilyen ingadozásoknak nem szabad előfordulniuk.
- Kripke: a tulajdonneveknek nincs jelentésük abban az értelemben, hogy ez meghatározná denotátumukat.



Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskripcióban szereplő tulajdonságot.

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskriptióban szereplő tulajdonságot.
- Probléma: Jelentésük magában foglalja-e hatékony használatuk feltételeit?

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskripcióban szereplő tulajdonságot.
- Probléma: Jelentésük magában foglalja-e hatékony használatuk feltételeit?
 - Frege: nem;

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskripcióban szereplő tulajdonságot.
- Probléma: Jelentésük magában foglalja-e hatékony használatuk feltételeit?
 - Frege: nem;
 - Russell: igen

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskripcióban szereplő tulajdonságot.
- Probléma: Jelentésük magában foglalja-e hatékony használatuk feltételeit?
 - Frege: nem;
 - Russell: igen
- Az USA jelenlegi elnöke Texasban született.

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskripcióban szereplő tulajdonságot.
- Probléma: Jelentésük magában foglalja-e hatékony használatuk feltételeit?
 - Frege: nem;
 - Russell: igen
- Az USA jelenlegi elnöke Texasban született.
- Van egy és csak egy olyan objektum, ami/aki az USA jelenlegi elnöke, és ő Texasban született.

Miként járulnak hozzá az őket tartalmazó mondatok jelentéséhez?
Hatékony használatuk feltételei:

- Van egy és csak egy olyan objektum, amely teljesíti a deskripcióban szereplő tulajdonságot.
- Probléma: Jelentésük magában foglalja-e hatékony használatuk feltételeit?
 - Frege: nem;
 - Russell: igen
- Az USA jelenlegi elnöke Texasban született.
- Van egy és csak egy olyan objektum, ami/aki az USA jelenlegi elnöke, és ő Texasban született.
- Megkerülhetetlen probléma: a tagadás

Általános alak:

Általános alak:

Az, ami/aki A .

Általános alak:

Az, ami/aki A .
Az az x , ami/aki $F(x)$.

Általános alak:

Az, ami/aki A .
Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x),$

Általános alak:

Az, ami/aki A .
Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x)$,

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.

Általános alak:

Az, ami/aki A .
Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x)$,

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.
A deskripció egzisztenciaformulája:

Általános alak:

Az, ami/aki A .
Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x)$,

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.
A deskripció egzisztenciaformulája:

- Tegyük fel, hogy az $\exists x F(x)$ deskripció az a -val jelölt objektumot jelöli.

Általános alak:

Az, ami/aki A .
 Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x),$

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.
 A deskripció egzisztenciaformulája:

- Tegyük fel, hogy az $\exists x F(x)$ deskripció az a -val jelölt objektumot jelöli.
- Ekkor $F(a)$ és $\forall x (F(x) \supset x = a)$

Általános alak:

Az, ami/aki A .
 Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x)$,

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.
 A deskripció egzisztenciaformulája:

- Tegyük fel, hogy az $\exists x F(x)$ deskripció az a -val jelölt objektumot jelöli.
- Ekkor $F(a)$ és $\forall x (F(x) \supset x = a)$
- $F(a)$ helyett: $\forall x (x = a \supset F(x))$

Általános alak:

Az, ami/aki A .
 Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $\exists x A, \exists x F(x)$,

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.
 A deskripció egzisztenciaformulája:

- Tegyük fel, hogy az $\exists x F(x)$ deskripció az a -val jelölt objektumot jelöli.
- Ekkor $F(a)$ és $\forall x(F(x) \supset x = a)$
- $F(a)$ helyett: $\forall x(x = a \supset F(x))$
- a kettő együtt: $\forall x(F(x) \equiv x = a)$

Általános alak:

Az, ami/aki A .
 Az az x , ami/aki $F(x)$.
 $IxA, IxF(x)$,

ahol A , illetve $F(x)$ a klasszikus elsőrendű logika egy formulája.
 A deskripció egzisztenciaformulája:

- Tegyük fel, hogy az $IxF(x)$ deskripció az a -val jelölt objektumot jelöli.
- Ekkor $F(a)$ és $\forall x(F(x) \supset x = a)$
- $F(a)$ helyett: $\forall x(x = a \supset F(x))$
- a kettő együtt: $\forall x(F(x) \equiv x = a)$
- Az a név kiküszöbölése: $\exists y \forall x(F(x) \equiv x = y)$

Ahhoz, hogy az $IxF(x)$ deskripció jelöljön az szükséges, hogy a

$$H = \{u : u \in U, |F(x)|_{v[x:u]} = 1\}$$

halmaz egyelemű legyen.

Ahhoz, hogy az $|xF(x)$ deskripció jelöljön az szükséges, hogy a

$$H = \{u : u \in U, |F(x)|_{v[x:u]} = 1\}$$

halmaz egyelemű legyen.

Ha $H = \{u_0\}$, akkor $|xF(x)|_v^{lp} = u_0$.

Ahhoz, hogy az $IxF(x)$ deskripció jelöljön az szükséges, hogy a

$$H = \{u : u \in U, |F(x)|_{v[x:u]} = 1\}$$

halmaz egyelemű legyen.

Ha $H = \{u_0\}$, akkor $|IxF(x)|_v^{Ip} = u_0$.

Ha a H halmaz nem egyelemű, akkor a deskripciónak nincs denotátuma, szemantikai értékrés lép fel.

Értékrés öröklődése

- Az értékrés öröklődésének törvénye.

Értékrés öröklődése

- Az értékrés öröklődésének törvénye.
 - *Frege elsődleges nézete*: ha egy mondatban jelölet nélküli név szerepel, akkor a mondatnak nincs igazságértéke, (de van jelentése).

Értékrés öröklődése

- Az értékrés öröklődésének törvénye.
 - *Frege elsődleges nézete*: ha egy mondatban jelölet nélküli név szerepel, akkor a mondatnak nincs igazságértéke, (de van jelentése).
 - *Frege másodlagos nézete*: Egy logikailag perfekt nyelvben a jelölet nélküli nevek nem megengedhetők.

Értékrés öröklődése

- Az értékrés öröklődésének törvénye.
 - *Frege elsődleges nézete*: ha egy mondatban jelölet nélküli név szerepel, akkor a mondatnak nincs igazságértéke, (de van jelentése).
 - *Frege másodlagos nézete*: Egy logikailag perfekt nyelvben a jelölet nélküli nevek nem megengedhetők.
- Az értékrés forrásai: nevek, predikátumok.

Az értékréses elsőrendű logika grammatikája

Az értékréses elsőrendű logika grammatikája

- Új logikai konstans: a deskriptor (I) és az 'igaz, hogy' ($+$) ($LC' = LC \cup \{I, +\}$).

Az értékréses elsőrendű logika grammatikája

- Új logikai konstans: a deskriptor (I) és az 'igaz, hogy' ($+$) ($LC' = LC \cup \{I, +\}$).
- A deskripciók mint összetett nevek a terminusok halmazába kerülnek:
Ha $A \in Form$ és $x \in Var$, akkor ' IxA ' $\in Term$.

Az értékréses elsőrendű logika grammatikája

- Új logikai konstans: a deskriptor (I) és az 'igaz, hogy' ($+$) ($LC' = LC \cup \{I, +\}$).
- A deskripciók mint összetett nevek a terminusok halmazába kerülnek:
Ha $A \in Form$ és $x \in Var$, akkor ' IxA ' $\in Term$.
- A formulák halmaza a következővel bővül:
Ha $A \in Form$, akkor ' $+ A$ ' $\in Form$.

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.
- Ha $H = \{u : u \in U, |A|_{v[x:u]} = 1\} = \{u_0\}$, akkor $|Ix A|_v^{lp} = u_0$, egyébként $|Ix A|_v^{lp} = \Theta_t$

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.
- Ha $H = \{u : u \in U, |A|_{v[x:u]} = 1\} = \{u_0\}$, akkor $|IxA|_v^{lp} = u_0$, egyébként $|IxA|_v^{lp} = \Theta_\iota$
- Ha az A atomi formulában előfordul olyan t terminus, hogy $|t|_v^{lp} = \Theta_\iota$, akkor $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.
- Ha $H = \{u : u \in U, |A|_{v[x:u]} = 1\} = \{u_0\}$, akkor $|Ix A|_v^{lp} = u_0$, egyébként $|Ix A|_v^{lp} = \Theta_\iota$
- Ha az A atomi formulában előfordul olyan t terminus, hogy $|t|_v^{lp} = \Theta_\iota$, akkor $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Ha $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$, akkor $|\sim A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.
- Ha $H = \{u : u \in U, |A|_{v[x:u]} = 1\} = \{u_0\}$, akkor $|Ix A|_v^{lp} = u_0$, egyébként $|Ix A|_v^{lp} = \Theta_\iota$
- Ha az A atomi formulában előfordul olyan t terminus, hogy $|t|_v^{lp} = \Theta_\iota$, akkor $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Ha $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$, akkor $|\sim A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Az igazságfunktorok örökítik az értékrést.

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.
- Ha $H = \{u : u \in U, |A|_{v[x:u]}^{lp} = 1\} = \{u_0\}$, akkor $|Ix A|_v^{lp} = u_0$, egyébként $|Ix A|_v^{lp} = \Theta_\iota$
- Ha az A atomi formulában előfordul olyan t terminus, hogy $|t|_v^{lp} = \Theta_\iota$, akkor $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Ha $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$, akkor $|\sim A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Az igazságfunktorok örökítik az értékrést.
- Ha minden U -beli u objektumra $|A|_{v[x:u]}^{lp} = \Theta_o$, akkor $|\forall x A|_v^{lp} = \Theta_o$ és $|\exists x A|_v^{lp} = \Theta_o$, egyébként a klasszikus szabályok érvényesek.

Az értékréses elsőrendű logika szemantikája

- Az $\langle U, \varrho \rangle$ interpretáció és a v értékelés fogalma ugyanaz, mint a klasszikus elsőrendű logikában.
- Ha $H = \{u : u \in U, |A|_{v[x:u]} = 1\} = \{u_0\}$, akkor $|IxA|_v^{lp} = u_0$, egyébként $|IxA|_v^{lp} = \Theta_t$
- Ha az A atomi formulában előfordul olyan t terminus, hogy $|t|_v^{lp} = \Theta_t$, akkor $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Ha $|A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$, akkor $|\sim A|_v^{lp} = \Theta_o (= 2)$
- Az igazságfunktorok örökítik az értékrést.
- Ha minden U -beli u objektumra $|A|_{v[x:u]}^{lp} = \Theta_o$, akkor $|\forall xA|_v^{lp} = \Theta_o$ és $|\exists xA|_v^{lp} = \Theta_o$, egyébként a klasszikus szabályok érvényesek.
- $|+ A|_v^{lp} = 1$, ha $|A|_v^{lp} = 1$, és 0 máskor.

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.
- Következményreláció:

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.
- Következményreláció:
 - A klasszikus gyenge következményreláció általánosítása:
 $\Gamma \models_w A$ ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen: azaz nem lehetnek egyszerre igazak, de értékréses logikában lehet némelyik értékréses.

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.
- Következményreláció:
 - A klasszikus gyenge következményreláció általánosítása:
 $\Gamma \models_w A$ ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen: azaz nem lehetnek egyszerre igazak, de értékréses logikában lehet némelyik értékréses.
 - Ekkor a $\Gamma \cup \{\sim A\}$ halmaznak minden interpretációban van nem igaz eleme.

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.
- Következményreláció:
 - A klasszikus gyenge következményreláció általánosítása:
 $\Gamma \models_w A$ ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen: azaz nem lehetnek egyszerre igazak, de értékréses logikában lehet némelyik értékréses.
 - Ekkor a $\Gamma \cup \{\sim A\}$ halmaznak minden interpretációban van nem igaz eleme.
 - Ha valamely interpretációban Γ minden eleme igaz, akkor ott $|\sim A|$ 0 vagy 2, azaz A igaz vagy értékréses.

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.
- Következményreláció:
 - A klasszikus gyenge következményreláció általánosítása:
 $\Gamma \models_w A$ ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen: azaz nem lehetnek egyszerre igazak, de értékréses logikában lehet némelyik értékréses.
 - Ekkor a $\Gamma \cup \{\sim A\}$ halmaznak minden interpretációban van nem igaz eleme.
 - Ha valamely interpretációban Γ minden eleme igaz, akkor ott $|\sim A|$ 0 vagy 2, azaz A igaz vagy értékréses.
 - Ha valamely interpretációban Γ valamely eleme értékréses, akkor $\sim A$ és így persze A bármilyen értéket felvehet (lehet hamis is).

Centrális szemantikai fogalmak

- A centrális szemantikai fogalmak körében változatlan a kielégíthetőség és a kielégíthetetlenség fogalma.
- Következményreláció:
 - A klasszikus gyenge következményreláció általánosítása: $\Gamma \models_w A$ ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen: azaz nem lehetnek egyszerre igazak, de értékréses logikában lehet némelyik értékréses.
 - Ekkor a $\Gamma \cup \{\sim A\}$ halmaznak minden interpretációban van nem igaz eleme.
 - Ha valamely interpretációban Γ minden eleme igaz, akkor ott $|\sim A| = 0$ vagy 2 , azaz A igaz vagy értékréses.
 - Ha valamely interpretációban Γ valamely eleme értékréses, akkor $\sim A$ és így persze A bármilyen értéket felvehet (lehet hamis is).
 - Tehát a gyenge következményreláció csak azt zárja ki, hogy ha minden premissza igaz, akkor hamis legyen a konklúzió.

Tulajdonságok

Tulajdonságok

- Ha $\Gamma \models_w A$, és amennyiben $\langle I_p, v \rangle$ modellje Γ -nak, úgy $|A|_v^{I_p} = 2$, akkor minden $B \in \text{Form}$ esetén $\Gamma \cup \{A\} \models_w B$.

Tulajdonságok

- Ha $\Gamma \models_w A$, és amennyiben $\langle lp, v \rangle$ modellje Γ -nak, úgy $|A|_v^{lp} = 2$, akkor minden $B \in Form$ esetén $\Gamma \cup \{A\} \models_w B$.
- Tehát értékréses rendszerben nem teljesül az, hogy egy formulahalmaz valamely következményével való bővítése nem szaporítja a következmények számát.

Tulajdonságok

- Ha $\Gamma \models_w A$, és amennyiben $\langle I_p, v \rangle$ modellje Γ -nak, úgy $|A|_v^{I_p} = 2$, akkor minden $B \in Form$ esetén $\Gamma \cup \{A\} \models_w B$.
- Tehát értékréses rendszerben nem teljesül az, hogy egy formulahalmaz valamely következményével való bővítése nem szaporítja a következmények számát.
- Ha A minden interpretáció és értékelés szerint értékréses (pl.: $Ix(x \neq x) = Ix(x \neq x)$), akkor minden $\Gamma \subseteq Form$ és minden $B \in Form$ esetén teljesül, hogy $\Gamma \models_w A$, és $\Gamma \cup \{A\} \models_w B$.

Tulajdonságok

Tulajdonságok

- A klasszikus gyenge következményreláció erősítése: $\Gamma \models_{ws} A$, ha Γ egyetlen eleme sem hamis, akkor $|A| = 1$.

Tulajdonságok

- A klasszikus gyenge következményreláció erősítése: $\Gamma \models_{ws} A$, ha Γ egyetlen eleme sem hamis, akkor $|A| = 1$.
- Trivialitás: Ha $\Gamma \models_{ws} A$, akkor $\Gamma \models_w A$.

Tulajdonságok

- A klasszikus gyenge következményreláció erősítése: $\Gamma \models_{ws} A$, ha Γ egyetlen eleme sem hamis, akkor $|A| = 1$.
- Trivialitás: Ha $\Gamma \models_{ws} A$, akkor $\Gamma \models_w A$.
- A klasszikus erős következményreláció általánosítása: $\Gamma \models_s A$ ha Γ minden modellje modellje A -nak.

Tulajdonságok

- A klasszikus gyenge következményreláció erősítése: $\Gamma \models_{ws} A$, ha Γ egyetlen eleme sem hamis, akkor $|A| = 1$.
- Trivialitás: Ha $\Gamma \models_{ws} A$, akkor $\Gamma \models_w A$.
- A klasszikus erős következményreláció általánosítása: $\Gamma \models_s A$ ha Γ minden modellje modellje A -nak.
- A klasszikus erős következményreláció gyengítése: $\Gamma \models_{sw} A$ ha Γ egyetlen modelljében sem hamis A .

Tulajdonságok

- A klasszikus gyenge következményreláció erősítése: $\Gamma \models_{ws} A$, ha Γ egyetlen eleme sem hamis, akkor $|A| = 1$.
- Trivialitás: Ha $\Gamma \models_{ws} A$, akkor $\Gamma \models_w A$.
- A klasszikus erős következményreláció általánosítása: $\Gamma \models_s A$ ha Γ minden modellje modellje A -nak.
- A klasszikus erős következményreláció gyengítése: $\Gamma \models_{sw} A$ ha Γ egyetlen modelljében sem hamis A .
- Trivialitás: Ha $\Gamma \models_s A$, akkor $\Gamma \models_{sw} A$.

Tulajdonságok

Tulajdonságok

- A cáfolhatatlan, ha sohasem (egyetlen interpretáció és értékelés mellett sem) veszi fel a 0 értéket.

Tulajdonságok

- A cáfolhatatlan, ha sohasem (egyetlen interpretáció és értékelés mellett sem) veszi fel a 0 értéket.
- A érvényes, ha minden interpretáció és értékelés mellett igaz.

Tulajdonságok

- A cáfolhatatlan, ha sohasem (egyetlen interpretáció és értékelés mellett sem) veszi fel a 0 értéket.
- A érvényes, ha minden interpretáció és értékelés mellett igaz.
- A klasszikus logikai igazságok zöme csak cáfolhatatlan lesz, hiszen ha deskripció szerepel bennük, akkor fölvehetik a 2 értéket (Pl.: $a = a$).

Tulajdonságok

- A cáfolhatatlan, ha sohasem (egyetlen interpretáció és értékelés mellett sem) veszi fel a 0 értéket.
- A érvényes, ha minden interpretáció és értékelés mellett igaz.
- A klasszikus logikai igazságok zöme csak cáfolhatatlan lesz, hiszen ha deskripció szerepel bennük, akkor fölvehetik a 2 értéket (Pl.: $a = a$).
- Érvényes lesz viszont a következő két formula:
 $\forall x(x = x), \exists x(x = x)$

Tulajdonságok

- A cáfolthatatlan, ha sohasem (egyetlen interpretáció és értékelés mellett sem) veszi fel a 0 értéket.
- A érvényes, ha minden interpretáció és értékelés mellett igaz.
- A klasszikus logikai igazságok zöme csak cáfolthatatlan lesz, hiszen ha deskripció szerepel bennük, akkor fölvehetik a 2 értéket (Pl.: $a = a$).
- Érvényes lesz viszont a következő két formula:
 $\forall x(x = x), \exists x(x = x)$
- A akkor és csak akkor érvényes, ha $\neg A$ cáfolthatatlan.

A funktorok szemantikai értéke

A funktorok szemantikai értéke

- A funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.

A funktorok szemantikai értéke

- A funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
 - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alapfogalom.

A funktorok szemantikai értéke

- A funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
 - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alapfogalom.
 - Minden funktornak van intenziója.

A funktorok szemantikai értéke

- A funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
 - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alapfogalom.
 - Minden funktornak van intenziója.
- Extenzionális–intenzionális megkülönböztetés:

A funktorok szemantikai értéke

- A funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
 - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alapfogalom.
 - Minden funktornak van intenziója.
- Extenzionális–intenzionális megkülönböztetés:
 - Extenzionális az a funktor, amelyhez rendelhető olyan szabály, amely az argumentum extenziójából meghatározza a kimenet extenzióját.

A funktorok szemantikai értéke

- A funktorok intenziója: az a szabály, amely a bemenet intenziójából meghatározza a kimenet intenzióját.
 - A funktorok intenziójának fogalma a szemantikai alapfogalom.
 - Minden funktornak van intenziója.
- Extenzionális–intenzionális megkülönböztetés:
 - Extenzionális az a funktor, amelyhez rendelhető olyan szabály, amely az argumentum extenziójából meghatározza a kimenet extenzióját.
 - A nem extenzionális funktorokat intenzionális funktoroknak nevezzük.

	intenzió	extenzió (faktuális érték)
mondat	igazságfeltételek összessége	igazságérték
név	a denotátumot meghat. feltételek	denotátum
funktor	szabály: intenzió $\longrightarrow$ intenzió	szabály: extenzió $\longrightarrow$ extenzió

	intenzió	extenzió (faktuális érték)
mondat	igazságfeltételek összessége	igazságérték
név	a denotátumot meghat. feltételek	denotátum
funktor	szabály: intenzió $\rightarrow$ intenzió	szabály: extenzió $\rightarrow$ extenzió

	Extenzió (Faktuális érték)	Intenzió
Mondat	+	+
Tulajdonnév	+	-
Deskripció	+	+
Névmás	+	-
Extenzionális funktor	+	+
Intenzionális funktor	-	+

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

- 1 Az intenzionális funktor(ok) a logikai konstansok között szerepelnek.

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

- 1 Az intenzionális funktor(ok) a logikai konstansok között szerepelnek.
 - modális logika: lehetséges, hogy ...; szükségszerű, hogy ...; esetleges, hogy ... stb.

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

- 1 Az intenzionális funktor(ok) a logikai konstansok között szerepelnek.
 - modális logika: lehetséges, hogy ... ; szükségszerű, hogy ... ; esetleges, hogy ... stb.
 - temporális logika: igeidők logikája, valamikor a múltban ... ; valamikor a jövőben ... ;
... since ... ; ... till ...

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

- ❶ Az intenzionális funktor(ok) a logikai konstansok között szerepelnek.
 - modális logika: lehetséges, hogy ... ; szükségszerű, hogy ... ; esetleges, hogy ... stb.
 - temporális logika: igeidők logikája, valamikor a múltban ... ; valamikor a jövőben ... ;
... since ... ; ... till ...
- ❷ Az interpretáció során a nemlogikai funktorok kaphatnak 'intenzionális' szemantikai értéket.

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

- ❶ Az intenzionális funktor(ok) a logikai konstansok között szerepelnek.
 - modális logika: lehetséges, hogy ... ; szükségszerű, hogy ... ; esetleges, hogy ... stb.
 - temporális logika: igeidők logikája, valamikor a múltban ... ; valamikor a jövőben ... ;
... since ... ; ... till ...
- ❷ Az interpretáció során a nemlogikai funktorok kaphatnak 'intenzionális' szemantikai értéket.
 - Montague intenzionális logikája.

Intenzionális logikán (tág értelemben) olyan logikai rendszert értünk, amelyben van legalább egy intenzionális funktor.

- ❶ Az intenzionális funktor(ok) a logikai konstansok között szerepelnek.
 - modális logika: lehetséges, hogy ... ; szükségszerű, hogy ... ; esetleges, hogy ... stb.
 - temporális logika: igeidők logikája, valamikor a múltban ... ; valamikor a jövőben ... ;
... since ... ; ... till ...
- ❷ Az interpretáció során a nemlogikai funktorok kaphatnak 'intenzionális' szemantikai értéket.
 - Montague intenzionális logikája.
 - Típuselméleti intenzionális logika.

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

A funktorok működésére vonatkozó előfeltevések:

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

A funktorok működésére vonatkozó előfeltevések:

- 1 A kimenet faktuális értéke szempontjából minden funktor esetén csak az argumentum faktuális értéke veendő számításba.

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

A funktorok működésére vonatkozó előfeltevések:

- 1 A kimenet faktuális értéke szempontjából minden funktor esetén csak az argumentum faktuális értéke veendő számításba.
 - Minden funktor argumentumának faktuális értékén hat.

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

A funktorok működésére vonatkozó előfeltevések:

- ❶ A kimenet faktuális értéke szempontjából minden funktor esetén csak az argumentum faktuális értéke veendő számításba.
 - Minden funktor argumentumának faktuális értékén hat.
 - Minden kifejezésnek van faktuális értéke, és ez a kontextustól függ. (Frege, Montague: az intenzionalitás extenzionalizálása.)

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

A funktorok működésére vonatkozó előfeltevések:

- ❶ A kimenet faktuális értéke szempontjából minden funktor esetén csak az argumentum faktuális értéke veendő számításba.
 - Minden funktor argumentumának faktuális értékén hat.
 - Minden kifejezésnek van faktuális értéke, és ez a kontextustól függ. (Frege, Montague: az intenzionalitás extenzionalizálása.)
- ❷ A kimenet faktuális értéke szempontjából az extenzionális funktorok az argumentum faktuális értékén, az intenzionális funktorok az argumentum intenzióján hatnak.

Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai

A funktorok működésére vonatkozó előfeltevések:

- ❶ A kimenet faktuális értéke szempontjából minden funktor esetén csak az argumentum faktuális értéke veendő számításba.
 - Minden funktor argumentumának faktuális értékén hat.
 - Minden kifejezésnek van faktuális értéke, és ez a kontextustól függ. (Frege, Montague: az intenzionalitás extenzionalizálása.)
- ❷ A kimenet faktuális értéke szempontjából az extenzionális funktorok az argumentum faktuális értékén, az intenzionális funktorok az argumentum intenzióján hatnak.
 - Az intenzió és a faktuális érték az interpretációtól (s a szemantikai szabályoktól) nem pedig az előfordulási kontextustól függ. (Carnap)

Lehetséges világ szemantika

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)
- Episztemikus modális rendszerek.

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)
- Episztemikus modális rendszerek.
- Alethikus modális rendszerek:

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)
- Episztemikus modális rendszerek.
- Alethikus modális rendszerek:
 - Ami szükségszerű, az igaz.

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)
- Episztemikus modális rendszerek.
- Alethikus modális rendszerek:
 - Ami szükségszerű, az igaz.
 - $\sim \Box A \iff \Diamond \sim A$

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)
- Episztemikus modális rendszerek.
- Alethikus modális rendszerek:
 - Ami szükségszerű, az igaz.
 - $\sim \Box A \iff \Diamond \sim A$
 - $\Box \sim A \iff \sim \Diamond A$

Lehetséges világ szemantika

- Egy extenzionális nyelv minden interpretációja egy-egy (logikailag) lehetséges világtöredék leírása.
- A lehetséges világ nem nyelvtől független képződmény. Kripke: *Naming and necessity*
- Elérhetőség, alternatíva reláció. (A lehetséges világ fogalmának gazdagodása.)
- Episztemikus modális rendszerek.
- Alethikus modális rendszerek:
 - Ami szükségszerű, az igaz.
 - $\sim \Box A \iff \Diamond \sim A$
 - $\Box \sim A \iff \sim \Diamond A$
- Normál modális rendszerek: A klasszikus logikai igazságok minden világban igazak.

Modális szemantika

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre
 - $W (\neq \emptyset)$ halmaz, a lehetséges világok címkéinek a halmaza.

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre
 - $W (\neq \emptyset)$ halmaz, a lehetséges világok címkéinek a halmaza.
 - $R \subseteq W^{(2)}$, az alternatívareláció W elemei között.

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre
 - $W (\neq \emptyset)$ halmaz, a lehetséges világok címkéinek a halmaza.
 - $R \subseteq W^{(2)}$, az alternatívareláció W elemei között.
 - ϕ az állításparaméterek halmazán definiált függvény: Ha p állításparaméter, akkor $\phi(p) \subseteq W$.

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre
 - $W (\neq \emptyset)$ halmaz, a lehetséges világok címkéinek a halmaza.
 - $R \subseteq W^{(2)}$, az alternatívareláció W elemei között.
 - ϕ az állításparaméterek halmazán definiált függvény: Ha p állításparaméter, akkor $\phi(p) \subseteq W$.
- Modális szemantikai szabályok:

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre
 - $W (\neq \emptyset)$ halmaz, a lehetséges világok címkéinek a halmaza.
 - $R \subseteq W^{(2)}$, az alternatívareláció W elemei között.
 - ϕ az állításparaméterek halmazán definiált függvény: Ha p állításparaméter, akkor $\phi(p) \subseteq W$.
- Modális szemantikai szabályok:
 - $|\Box A|_w = 0$, ha van olyan $w' \in W$, hogy wRw' és $|A|_{w'} = 0$; és $|\Box A|_w = 1$ máskor.

Modális szemantika

- A modális nulladrendű nyelv modális interpretációja olyan $\langle W, R, \phi \rangle$ rendezett hármas, amelyre
 - $W (\neq \emptyset)$ halmaz, a lehetséges világok címkéinek a halmaza.
 - $R \subseteq W^{(2)}$, az alternatívareláció W elemei között.
 - ϕ az állításparaméterek halmazán definiált függvény: Ha p állításparaméter, akkor $\phi(p) \subseteq W$.
- Modális szemantikai szabályok:
 - $|\Box A|_w = 0$, ha van olyan $w' \in W$, hogy wRw' és $|A|_{w'} = 0$; és $|\Box A|_w = 1$ máskor.
 - $|\Diamond A|_w = 1$, ha van olyan $w' \in W$, hogy wRw' és $|A|_{w'} = 1$; és $|\Diamond A|_w = 0$ máskor.

Centális logikai fogalmak a modális logikában

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol
 - $\langle W, R, \phi \rangle$ egy modális interpretáció.

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol
 - $\langle W, R, \phi \rangle$ egy modális interpretáció.
 - $w \in W$

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol
 - $\langle W, R, \phi \rangle$ egy modális interpretáció.
 - $w \in W$
 - Minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_w = 1$.

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol
 - $\langle W, R, \phi \rangle$ egy modális interpretáció.
 - $w \in W$
 - Minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_w = 1$.
- Γ kielégíthető: ha van modellje.

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol
 - $\langle W, R, \phi \rangle$ egy modális interpretáció.
 - $w \in W$
 - Minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_w = 1$.
- Γ kielégíthető: ha van modellje.
- $\Gamma \models A$, ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen.

Centális logikai fogalmak a modális logikában

- A Γ formulahalmaz modellje: $\langle W, R, \phi, w \rangle$, ahol
 - $\langle W, R, \phi \rangle$ egy modális interpretáció.
 - $w \in W$
 - Minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_w = 1$.
- Γ kielégíthető: ha van modellje.
- $\Gamma \models A$, ha $\Gamma \cup \{\sim A\}$ kielégíthetetlen.
- A érvényes, ha $\emptyset \models A$

Modalitás és kvantifikáció

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$
 - $\Box \forall x A \equiv \forall x \Box A$

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$
 - $\Box \forall x A \equiv \forall x \Box A$
 - Szemantika: Minden világnak azonos a kvantifikációs tartománya.

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$
 - $\Box \forall x A \equiv \forall x \Box A$
 - Szemantika: Minden világnak azonos a kvantifikációs tartománya.
- Kripke elsőrendű modális szemantikája:

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$
 - $\Box \forall x A \equiv \forall x \Box A$
 - Szemantika: Minden világnak azonos a kvantifikációs tartománya.
- Kripke elsőrendű modális szemantikája:
 - A kvantifikációs tartomány világonként változik.

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$
 - $\Box \forall x A \equiv \forall x \Box A$
 - Szemantika: Minden világnak azonos a kvantifikációs tartománya.
- Kripke elsőrendű modális szemantikája:
 - A kvantifikációs tartomány világonként változik.
 - A Barcan sémák nem érvényesek.

Modalitás és kvantifikáció

Hogyan lehet elsőrendű modális rendszereket értelmezni, milyen kapcsolatban van a kvantifikáció és a modalitás?

- De re modalitások: $\forall x(F(x) \supset \Box G(x))$
- De dicto modalitások: $\Box \forall x(F(x) \supset G(x))$
- Barcan modális logikája:
 - $\Diamond \exists x A \equiv \exists x \Diamond A$
 - $\Box \forall x A \equiv \forall x \Box A$
 - Szemantika: Minden világnak azonos a kvantifikációs tartománya.
- Kripke elsőrendű modális szemantikája:
 - A kvantifikációs tartomány világonként változik.
 - A Barcan sémák nem érvényesek.
 - Nemlétező objektumokról is lehet állításokat tenni.

Szemantikai értékrés a modális logikában

Szemantikai értékrés a modális logikában

- Arthur N. Prior: az értékrés univerzálisan öröklődik, de az atomi formulák az aktuális világban nem vehetik fel a 2 értéket.

Szemantikai értékrés a modális logikában

- Arthur N. Prior: az értékrés univerzálisan öröklődik, de az atomi formulák az aktuális világban nem vehetik fel a 2 értéket.
- Megszűnik a modális konstansok egymással való kifejezhetősége.

Szemantikai értékrés a modális logikában

- Arthur N. Prior: az értékrés univerzálisan öröklődik, de az atomi formulák az aktuális világban nem vehetik fel a 2 értéket.
- Megszűnik a modális konstansok egymással való kifejezhetősége.
- $\Box A \iff \sim \Diamond \neg A$, ahol '—' a 'nem igaz, hogy' funktor.

Szemantikai értékrés a modális logikában

- Arthur N. Prior: az értékrés univerzálisan öröklődik, de az atomi formulák az aktuális világban nem vehetik fel a 2 értéket.
- Megszűnik a modális konstansok egymással való kifejezhetősége.
- $\Box A \iff \sim \Diamond \neg A$, ahol '—' a 'nem igaz, hogy' funktor.
- Interpretáció: $\langle W, R, U, \Theta, d, \phi \rangle$

Szemantikai értékrés a modális logikában

- Arthur N. Prior: az értékrés univerzálisan öröklődik, de az atomi formulák az aktuális világban nem vehetik fel a 2 értéket.
- Megszűnik a modális konstansok egymással való kifejezhetősége.
- $\Box A \iff \sim \Diamond \neg A$, ahol '—' a 'nem igaz, hogy' funktor.
- Interpretáció: $\langle W, R, U, \Theta, d, \phi \rangle$
- Centrális szemantikai fogalmak.

Definíció

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - 1 $o, \iota \in TIP;$

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - 1 $o, \iota \in TIP$;
 - 2 Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - 1 $o, \iota \in TIP$;
 - 2 Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - 1 $o, \iota \in TIP$;
 - 2 *Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.*
- Minden funktor egybemenetűnek tekinthető.

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - 1 $o, \iota \in TIP$;
 - 2 *Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.*
- Minden funktor egybemenetűnek tekinthető.
- Mondatfunktrok típusai: $\sim: o(o), \& : o(o)(o)$

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - 1 $o, \iota \in TIP$;
 - 2 Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.
- Minden funktor egybemenetűnek tekinthető.
- Mondatfunktrok típusai: $\sim: o(o), \& : o(o)(o)$
- Predikátumok típusai: $o(\iota), o(\iota) \dots (\iota)$

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*
 - ❶ $o, \iota \in TIP$;
 - ❷ *Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.*
- Minden funktor egybemenetűnek tekinthető.
- Mondatfunktrok típusai: $\sim: o(o), \& : o(o)(o)$
- Predikátumok típusai: $o(\iota), o(\iota) \dots (\iota)$
- Egyes igemódosítók kódja: $o(\iota)(o(\iota))$

Definíció

- *A típusok TIP halmazán értjük azt a legszűkebb halmazt, amelyre teljesül, hogy*

- 1 $o, \iota \in TIP$;
- 2 *Ha $\alpha, \beta \in TIP$, akkor $\alpha(\beta) \in TIP$.*

- Minden funktor egybemenetűnek tekinthető.
- Mondatfunktrok típusai: $\sim : o(o), \& : o(o)(o)$
- Predikátumok típusai: $o(\iota), o(\iota) \dots (\iota)$
- Egyes igemódosítók kódja: $o(\iota)(o(\iota))$
- A kategória és a típus kifejezést néha szinonim értelemben használják.

A típuselméleti extenzionális nyelv

Definíció

A típuselméleti extenzionális nyelv

Definíció

Extenzionális típuselméleti nyelven olyan

$$L^{TIP} = \langle LC, Var, Con, Cat \rangle$$

rendezett négyest értünk, amelyre teljesülnek az alábbiak:

- $LC = \{=, \lambda(,)\}$ a nyelv logikai konstansainak a halmaza.

A típuselméleti extenzionális nyelv

Definíció

Extenzionális típuselméleti nyelven olyan

$$L^{TIP} = \langle LC, Var, Con, Cat \rangle$$

rendezett négyest értünk, amelyre teljesülnek az alábbiak:

- $LC = \{=, \lambda(,)\}$ a nyelv logikai konstansainak a halmaza.
- $Var = \bigcup_{\alpha \in TIP} Var(\alpha)$, ahol $Var(\alpha)$ az α típus változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.

A típuselméleti extenzionális nyelv

Definíció

Extenzionális típuselméleti nyelven olyan

$$L^{TIP} = \langle LC, Var, Con, Cat \rangle$$

rendezett négyest értünk, amelyre teljesülnek az alábbiak:

- $LC = \{=, \lambda(,)\}$ a nyelv logikai konstansainak a halmaza.
- $Var = \cup_{\alpha \in TIP} Var(\alpha)$, ahol $Var(\alpha)$ az α típus változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \cup_{\alpha \in TIP} Con(\alpha)$, ahol $Con(\alpha)$ az α típus nemlogikai konstansainak megszámlálható halmaza.

A típuselméleti extenzionális nyelv

Definíció

Extenzionális típuselméleti nyelven olyan

$$L^{TIP} = \langle LC, Var, Con, Cat \rangle$$

rendezett négyest értünk, amelyre teljesülnek az alábbiak:

- $LC = \{=, \lambda(,)\}$ a nyelv logikai konstansainak a halmaza.
- $Var = \bigcup_{\alpha \in TIP} Var(\alpha)$, ahol $Var(\alpha)$ az α típus változóinak megszámlálhatóan végtelen halmaza.
- $Con = \bigcup_{\alpha \in TIP} Con(\alpha)$, ahol $Con(\alpha)$ az α típus nemlogikai konstansainak megszámlálható halmaza.
- Az $LC, Var(\alpha), Con(\alpha)$ ($\alpha \in TIP$) páronként idegen halmazok.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.
 - Ha $A, B \in Cat(\alpha)$, akkor $'(A = B)'$ $\in Cat(o)$.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.
 - Ha $A, B \in Cat(\alpha)$, akkor $'(A = B)'$ $\in Cat(o)$.
 - Ha $A \in Cat(\alpha)$, $x \in Var(\beta)$, akkor $'(\lambda x A)'$ $\in Cat(\alpha(\beta))$.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.
 - Ha $A, B \in Cat(\alpha)$, akkor $'(A = B)'$ $\in Cat(o)$.
 - Ha $A \in Cat(\alpha)$, $x \in Var(\beta)$, akkor $'(\lambda x A)'$ $\in Cat(\alpha(\beta))$.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.
 - Ha $A, B \in Cat(\alpha)$, akkor $'(A = B)'$ $\in Cat(o)$.
 - Ha $A \in Cat(\alpha)$, $x \in Var(\beta)$, akkor $'(\lambda x A)'$ $\in Cat(\alpha(\beta))$.

Szintaktikai definíciók

- Szabad és kötött előfordulások.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.
 - Ha $A, B \in Cat(\alpha)$, akkor $'(A = B)'$ $\in Cat(o)$.
 - Ha $A \in Cat(\alpha)$, $x \in Var(\beta)$, akkor $'(\lambda x A)'$ $\in Cat(\alpha(\beta))$.

Szintaktikai definíciók

- Szabad és kötött előfordulások.
- Nyitott és zárt kifejezések.

A típuselméleti extenzionális nyelv

- $Cat = \bigcup_{\alpha \in TIP} Cat(\alpha)$ A $Cat(\alpha)$ halmaz az α típus kifejezéseinek halmaza, ahol a $Cat(\alpha)$ teljesíti az alábbi induktív kikötéseket:
 - $Var(\alpha) \cup Con(\alpha) \subseteq Cat(\alpha)$
 - Ha $F \in Cat(\alpha(\beta))$, és $B \in Cat(\beta)$, akkor $'F(B)'$ $\in Cat(\alpha)$.
 - Ha $A, B \in Cat(\alpha)$, akkor $'(A = B)'$ $\in Cat(o)$.
 - Ha $A \in Cat(\alpha)$, $x \in Var(\beta)$, akkor $'(\lambda x A)'$ $\in Cat(\alpha(\beta))$.

Szintaktikai definíciók

- Szabad és kötött előfordulások.
- Nyitott és zárt kifejezések.
- Behelyettesíthetőség

Az extenzionális típuselméleti logika szemantikája

Az extenzionális típuselméleti logika szemantikája

A szemantikai értékek tartományai

Az extenzionális típuselméleti logika szemantikája

A szemantikai értékek tartományai

- $D(o) = \{0, 1\}$

Az extenzionális típuselméleti logika szemantikája

A szemantikai értékek tartományai

- $D(o) = \{0, 1\}$
- $D(\iota) = U$

Az extenzionális típuselméleti logika szemantikája

A szemantikai értékek tartományai

- $D(o) = \{0, 1\}$
- $D(\iota) = U$
- $D(\alpha(\beta)) = {}^{D(\beta)}D(\alpha)$ (néha $D(\alpha)^{D(\beta)}$)

Az extenzionális típuselméleti logika szemantikája

A szemantikai értékek tartományai

- $D(o) = \{0, 1\}$
- $D(\iota) = U$
- $D(\alpha(\beta)) = {}^{D(\beta)}D(\alpha)$ (néha $D(\alpha)^{D(\beta)}$)
- $D(\alpha(\beta)) = \{f : f : D(\beta) \rightarrow D(\alpha)\}$

Az interpretáció fogalma

Az interpretáció fogalma

Az L^{TIP} nyelv egy interpretációján olyan

$$\langle U, \phi \rangle$$

rendezett párt értünk, amelyre teljesül, hogy

- U egy nemüres halmaz.

Az interpretáció fogalma

Az L^{TIP} nyelv egy interpretációján olyan

$$\langle U, \phi \rangle$$

rendezett párt értünk, amelyre teljesül, hogy

- U egy nemüres halmaz.
- ϕ a Con halmazon definiált olyan függvény, amelyre teljesül, hogy ha $C \in Con(\alpha)$, akkor $\phi(C) \in D(\alpha)$.

Az értékelés fogalma

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Szemantikai szabályok

- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{lp} = v(x)$.

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Szemantikai szabályok

- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{lp} = v(x)$.
- Ha $C \in Con$, akkor $|C|_v^{lp} = \phi(x)$.

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Szemantikai szabályok

- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{lp} = v(x)$.
- Ha $C \in Con$, akkor $|C|_v^{lp} = \phi(x)$.
- $|F(A)|_v^{lp} = |F|_v^{lp}(|A|_v^{lp})$

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Szemantikai szabályok

- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{lp} = v(x)$.
- Ha $C \in Con$, akkor $|C|_v^{lp} = \phi(x)$.
- $|F(A)|_v^{lp} = |F|_v^{lp}(|A|_v^{lp})$
- $|(\lambda x A)|_v^{lp} = f$, ahol $f \in D(\alpha(\beta))$, és bármely $b \in D(\beta)$ esetén $f(b) = |A|_{v[x:u]}^{lp}$.

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Szemantikai szabályok

- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{lp} = v(x)$.
- Ha $C \in Con$, akkor $|C|_v^{lp} = \phi(x)$.
- $|F(A)|_v^{lp} = |F|_v^{lp}(|A|_v^{lp})$
- $|(\lambda x A)|_v^{lp} = f$, ahol $f \in D(\alpha(\beta))$, és bármely $b \in D(\beta)$ esetén $f(b) = |A|_{v[x:u]}^{lp}$.

Az értékelés fogalma

$v : Var \rightarrow \bigcup_{\alpha \in TIP} D(\alpha)$ úgy, hogy ha $x \in Var(\alpha)$, akkor $v(x) \in D(\alpha)$.

Szemantikai szabályok

- Ha $x \in Var$, akkor $|x|_v^{lp} = v(x)$.
- Ha $C \in Con$, akkor $|C|_v^{lp} = \phi(x)$.
- $|F(A)|_v^{lp} = |F|_v^{lp}(|A|_v^{lp})$
- $|(\lambda x A)|_v^{lp} = f$, ahol $f \in D(\alpha(\beta))$, és bármely $b \in D(\beta)$ esetén $f(b) = |A|_{v[x:u]}^{lp}$.

A lambda-konverző törvénye

- Ha az A kifejezésben az x változó behelyettesíthető a b kifejezéssel, akkor $(\lambda x A)(B) \approx A_x^B$

1 Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240

- 1 Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- 2 Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319

- 1 Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- 2 Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319
- 3 A modalitások logikai kezelése. A lehetséges világ szemantika általános jellemzése. BML: 243–270

- ❶ Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- ❷ Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319
- ❸ A modalitások logikai kezelése. A lehetséges világ szemantika általános jellemzése. BML: 243–270
- ❹ Modalitás és kvantifikáció. Értékrés az elsőrendű modális logikában. BML: 270–285

- ❶ Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- ❷ Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319
- ❸ A modalitások logikai kezelése. A lehetséges világ szemantika általános jellemzése. BML: 243–270
- ❹ Modalitás és kvantifikáció. Értékrés az elsőrendű modális logikában. BML: 270–285
- ❺ Temporális logika. BML: 286–295

- ❶ Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- ❷ Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319
- ❸ A modalitások logikai kezelése. A lehetséges világ szemantika általános jellemzése. BML: 243–270
- ❹ Modalitás és kvantifikáció. Értékrés az elsőrendű modális logikában. BML: 270–285
- ❺ Temporális logika. BML: 286–295
- ❻ A típuselméleti extenzionális logika felépítése. A lambda operátor szabatos értelmezése. BML: 204–217

- ❶ Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- ❷ Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319
- ❸ A modalitások logikai kezelése. A lehetséges világ szemantika általános jellemzése. BML: 243–270
- ❹ Modalitás és kvantifikáció. Értékrés az elsőrendű modális logikában. BML: 270–285
- ❺ Temporális logika. BML: 286–295
- ❻ A típuselméleti extenzionális logika felépítése. A lambda operátor szabatos értelmezése. BML: 204–217
- ❼ Típuselméleti intenzionális logikák: Montague intenzionális logikájának jellemzése; értékréses intenzionális logika. BML: 298–303; 316–331

- ❶ Deskripciók, értékrés a logikában. BML: 222–240
- ❷ Az intenzionális logika általános jellemzése, a szemantikai értékek rendszere, intenzionalitás, extenzionalitás. Az intenzionalitás logikai modellálásának fő útjai. BML: 243–247; 295–298; 316–319
- ❸ A modalitások logikai kezelése. A lehetséges világ szemantika általános jellemzése. BML: 243–270
- ❹ Modalitás és kvantifikáció. Értékrés az elsőrendű modális logikában. BML: 270–285
- ❺ Temporális logika. BML: 286–295
- ❻ A típuselméleti extenzionális logika felépítése. A lambda operátor szabatos értelmezése. BML: 204–217
- ❼ Típuselméleti intenzionális logikák: Montague intenzionális logikájának jellemzése; értékréses intenzionális logika. BML: 298–303; 316–331
- ❽ A típuselméleti intenzionális logika alkalmazása a természetes