

# Kvantumalgoritmusok

## Bernstein-Vazirani algoritmus

# Története

- ▶ A Bernstein-Vazirani algoritmus egy speciális esete a Deutsch-Jozsa problémának.

# Története

- ▶ A Bernstein-Vazirani algoritmus egy speciális esete a Deutsch-Jozsa problémának.
- ▶ Ethan Bernstein és Umesh Vazirani 1997

# Története

- ▶ A Bernstein-Vazirani algoritmus egy speciális esete a Deutsch-Jozsa problémának.
- ▶ Ethan Bernstein és Umesh Vazirani 1997
- ▶ Célja az volt, hogy a BPP (Bounded-error probabilistic polynomial time) és a BQP (Bounded-error quantum polynomial time) időkomplexitási osztályt különböztesse.

# Probléma

Adott egy fekete doboz, mely kiszámol egy függvényt

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

# Probléma

Adott egy fekete doboz, mely kiszámol egy függvényt

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

ahol

$$f(x) = x \cdot s = x_1 s_1 \oplus x_2 s_2 \oplus \dots \oplus x_n s_n,$$

valamilyen  $s \in \{0, 1\}^n$  titkos bináris sztringre.

## Klasszikus verzió

Klasszikusan, a leghatékonyabb módszer az, amikor  $n$ -szer kiszámítjuk a függvényt úgy hogy  $x = 2^i$  minden  $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ .

## Klasszikus verzió

Klasszikusan, a leghatékonyabb módszer az, amikor  $n$ -szer kiszámítjuk a függvényt úgy hogy  $x = 2^i$  minden  $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ .

$$f(1000 \dots 0) = s_1$$

$$f(0100 \dots 0) = s_2$$

$$f(0010 \dots 0) = s_3$$

$\vdots$

$$f(0000 \dots 1) = s_n$$

## Klasszikus verzió

Klasszikusan, a leghatékonyabb módszer az, amikor  $n$ -szer kiszámítjuk a függvényt úgy hogy  $x = 2^i$  minden  $i \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ .

$$f(1000 \dots 0) = s_1$$

$$f(0100 \dots 0) = s_2$$

$$f(0010 \dots 0) = s_3$$

$\vdots$

$$f(0000 \dots 1) = s_n$$

A klasszikus verzióban  $n$  darab számolásra van szükség a megtalálásához.

## Kvantum verzió

1. A  $|0\rangle^{\otimes n}$  qubit állapotra alkalmazzunk egy Hadamard transzformációt. Így

$$|0\rangle^{\otimes n} \mapsto \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle$$

## Kvantum verzió

1. A  $|0\rangle^{\otimes n}$  qubit állapotra alkalmazzunk egy Hadamard transzformációt. Így

$$|0\rangle^{\otimes n} \mapsto \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle$$

2. Aztán alkalmazzuk az  $U_f$  (fekete doboz) operátort:

$$|x\rangle \mapsto (-1)^{f(x)} |x\rangle$$

# Kvantum verzió

1. A  $|0\rangle^{\otimes n}$  qubit állapotra alkalmazzunk egy Hadamard transzformációt. Így

$$|0\rangle^{\otimes n} \mapsto \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle$$

2. Aztán alkalmazzuk az  $U_f$  (fekete doboz) operátort:

$$|x\rangle \mapsto (-1)^{f(x)} |x\rangle$$

3. Így

$$\frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \mapsto \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} (-1)^{f(x)} |x\rangle$$

4. Még egy Hadamard transzformációt alkalmazunk minden qubiten. Ezért ahol  $s_j = 1$  változik az állapot  $|-\rangle \mapsto |1\rangle$  és ahol  $s_j = 0$ , ott az állapot  $|+\rangle \mapsto |0\rangle$ .

4. Még egy Hadamard transzformációt alkalmazunk minden qubiten. Ezért ahol  $s_i = 1$  változik az állapot  $|-\rangle \mapsto |1\rangle$  és ahol  $s_i = 0$ , ott az állapot  $|+\rangle \mapsto |0\rangle$ .

5. Mérést végzünk a  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  bázisban. Így megkapjuk  $s$ -t.

4. Még egy Hadamard transzformációt alkalmazunk minden qubiten. Ezért ahol  $s_i = 1$  változik az állapot  $|-\rangle \mapsto |1\rangle$  és ahol  $s_i = 0$ , ott az állapot  $|+\rangle \mapsto |0\rangle$ .

5. Mérést végzünk a  $\{|0\rangle, |1\rangle\}$  bázisban. Így megkapjuk  $s$ -t.

A kvantum verzióban egy számolás elegendő  $s$  meghatározására.

