Halmaz, multihalmaz és tömb

Halmaz

- különböző és jól definiált objektumok összeállítása
- nincs ismétlődő objektum
- nem feltétlenül ugyanolyan típusú objektumok
- rendezés nélküli struktúra
- általában nagy betűvel jelöljük: A, B

Halmaz

- különböző és jól definiált objektumok összeállítása
- nincs ismétlődő objektum
- nem feltétlenül ugyanolyan típusú objektumok
- rendezés nélküli struktúra
- általában nagy betűvel jelöljük: A, B

Példa:

1. $A = \{1, 2, 3\}$
2. $B = \{alma, -4, *\}$
3. $C = \mathbb{N}$

- Legyen A egy halmaz és a egy objektum. Ha A tartalmazza a-t, akkor írjuk $a \in A$.
- Ha A nem tartalmazza a-t, akkor írjuk $a \notin A$.

- Legyen A egy halmaz és a egy objektum. Ha A tartalmazza a-t, akkor írjuk $a \in A$.
- Ha A nem tartalmazza a-t, akkor írjuk $a \notin A$.

Example: $A = \{2, 4, 6, 8\}$

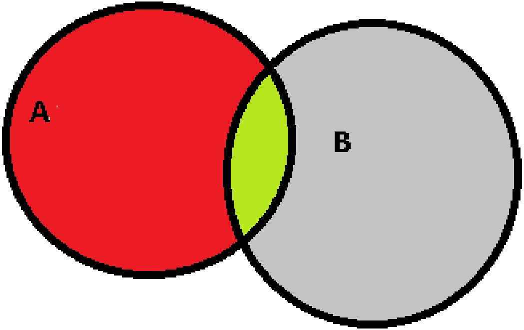
- $2 \in A$
- $3 \notin A$

Műveletek

- unió: $A \cup B$ tartalmazza azokat az elemeket, melyeket A vagy B tartalmazza
- metszet: $A \cap B$ tartalmazza azokat az elemeket, melyeket A és B tartalmazza
- különbség: $A \setminus B$ tartalmazza azokat az A-beli elemeket, melyeket B nem tartalmazza

Műveletek

- unió: $A \cup B$ tartalmazza azokat az elemeket, melyeket A vagy B tartalmazza
- metszet: $A \cap B$ tartalmazza azokat az elemeket, melyeket A és B tartalmazza
- különbség: $A \setminus B$ tartalmazza azokat az A-beli elemeket, melyeket B nem tartalmazza



Venn diagram

Feladatok

1. $A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 7, 12\}$. Számítsuk ki $A \setminus B$-t!
2. $A = \{p \mid p \text{ prím és } p \leq 10\}$, $B = \{n \mid n \text{ páros}\}$. Számítsuk ki $A \cup B$-t és $A \cap B$-t!
3. Igazoljuk, hogy $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$!

Multihalmaz

- Egy elem többször fordulhat elő
- Az elemek sorrendje nem számít
- Minden elemnek van multiplicítása (előfordulása)
- Példa: $\{1, 1, 2, 3, 3\}$ Ekkor $m(1) = 2, m(2) = 1, m(3) = 2$

Karakterisztikus függvény

A karakterisztikus függvény egy indikátor függvény, mely megmutatja hogy egy elem benne van-e egy halmazban.

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in S \\ 0 & \text{if } x \notin S \end{cases}$$

- Uniió: $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$
- Metszet: $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$
- Különbség: $x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$

Példa

- Elemek ismétlése lehetséges
- Példa: $A = \{1, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 7\}$
- Karakterisztikus függvény:

	1	2	3	4	5	7
A	3	1	2	1	1	2

Feladat

1. $A = \{1, 1, 2, 4, 6, 8, 8, 8\},\ B = \{2, 2, 2, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 9\}$
2. $A = \{1, 5, 4, 7\},\ B = \{0, 2, 4, 8, 7\}$

Töltsük ki a következő multihalmazok karakterisztikus függvényét!

	1	2	4	5	6	8	9
A							
B							
$A \cup B$							
$A \cap B$							
$A \setminus B$							

Tömb - mátrix

- k sor és n oszlop: $k \times n$ mátrix
- diagonális mátrix: nemnulla elemek csak a főátlóban $a_{i,i} \neq 0$
- alsó trianguláris mátrix: nemnulla elemek csak a főátló alatt
- felső trianguláris mátrix: nemnulla elemek csak a főátló felett
- szimmetrikus mátrix: oszlopok $=$ sorok

Matrix - two dimensional array

- $M[r, c]$
- $M[i, j] = V[(i - 1) * c + j]$ Sorreprezentáció
- $M[i, j] = V[(j - 1) * r + j]$ Oszlopreprezentáció
- $j > i \Rightarrow M[i, j] = 0$ Alsó trianguláris mátrix
- $i > j \Rightarrow M[i, j] = 0$ Felső trianguláris mátrix
- $M[i, j] = M[j, i]$ szimmetrikus mátrix

Feladat - Sor reprezentáció

Adott az M mátrix az alábbi vektorformában: $V = [6, 76, 20, 20, 51, 88, 84, 47, 74, 46, 53, 22, 41, 88, 44, 1, 4, 95, 12, 55, 90, 11, 91, 62, 62, 33, 93, 88]$

1. Számítsuk ki $M[1,1] - M[2,4]$ értékét ha M-nek 7 sora és 4 oszlopa van.
2. Számítsuk ki $M[1,2] + M[7,1] \mod 5$ értékét!

Oszloprezentáció

Vektor reprezentálja az elemeket a következő sorrendben: első oszlop, majd második oszlop, és így tovább.

Oszloprezentáció

Vektor reprezentálja az elemeket a következő sorrendben: első oszlop, majd második oszlop, és így tovább.

Számítsuk újra a feladatot, de most azt tegyük fel, hogy M oszloprezentációval adott. Mi a különbség?

Ritka mátrix

- A legtöbb elem 0
- 3 sor reprezentáció: sor index, oszlop index, elem (csak nemnulla elemek)

Ritka mátrix

- A legtöbb elem 0
- 3 sor reprezentáció: sor index, oszlop index, elem (csak nemnulla elemek)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

SOR: (1,1,2,3)
OSZLOP: (3,6,1,4)
ÉRTÉK: (1,3,-1,5)

Feladatok

$V = [1, 7, 6, 5, 3, 8, 7, 2, 3, 4, -4, -6, 3, 2, -9, 1]$
Számítsuk ki $M[2, 2] + M[3, 2]$ ha M

1. felső trianguláris mátrix
2. alsó trianguláris mátrix

Adja meg a következő módon definiált ritka mátrixot:
SOR: (1,5,5,5,6,7)
OSZLOP: (2,3,4,5,6,1)
ÉRTÉK: (-1,-1,4,7,-2,3)