

Legkisebb négyzetek módszere

1. Határozzuk meg az alábbi adatokat négyzetesen legjobban közelítő egyenes egyenletét!

$$(a) \begin{array}{c|c|c|c|c} t_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f_i & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 2 \end{array}$$

$$(d) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} t_i & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline f_i & 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} t_i & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f_i & 1 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & 3 \end{array}$$

$$(e) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} t_i & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f_i & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 2 & \frac{5}{2} \end{array}$$

$$(c) \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} t_i & \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 2 & \frac{5}{2} & 3 \\ \hline f_i & \frac{3}{4} & 1 & 2 & \frac{9}{4} & 3 & 3 \end{array}$$

$$(f) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} t_i & 0 & 1 & 2 & 2 & 3 \\ \hline f_i & 0 & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 2 & \frac{5}{2} \end{array}$$

2. Határozzuk meg az alábbi pontokat négyzetesen legjobban közelítő másodfokú polinomot!

$$(a) \begin{array}{c|c|c|c|c} t_i & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y_i & -1 & 1 & \frac{3}{2} & 1 \end{array}$$

$$(b) \begin{array}{c|c|c|c|c|c} t_i & -1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ \hline f_i & 1 & -\frac{1}{2} & -1 & 0 & 1 \end{array}$$

3. Az alábbi adatokat négyzetesen legjobban közelítő

$$\sum_{i=1}^n c_i t^{i-1}$$

alakú függvényt keresünk. Milyen n értéket érdemes választani? Határozzuk meg az ehhez tartozó polinomot!

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} t_i & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 \\ \hline f_i & 1.2 & 1 & 0.8 & 1 & 1.1 \end{array}$$

4. Közelítsük az alábbi adatokat

$$F(t) = c_0 + c_1 \cos(\pi t) + c_2 \sin(\pi t)$$

alakú modellel!

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} t_i & 0 & \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ \hline y_i & 1 & -2 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{4} & -\frac{3}{2} \end{array}$$

Mit tapasztalunk, ha a fenti modellel a következő adatokat közelítjük?

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} t_i & 0 & \frac{1}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ \hline f_i & 1 & -2 & \frac{5}{4} & -\frac{3}{2} \end{array}$$

5. Határozza meg az alábbi adatokat négyzetesen legjobban közelítő

$$F(t) = a + \frac{b}{t}$$

alakú függvényt!

t_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1
f_i	8	6	4	$\frac{5}{2}$

6. Határozza meg az alábbi adatokat négyzetesen legjobban közelítő

$$F(t) = a + b \cdot \sin^2\left(\frac{t\pi}{2}\right)$$

alakú függvényt!

t_i	0	$\frac{1}{2}$	1	2
f_i	$\frac{1}{2}$	1	1	0

7. Határozza meg az alábbi adatokat négyzetesen legjobban közelítő

$$F(t) = a + \frac{b}{\sin^2(\pi t)}$$

alakú függvényt!

t_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
f_i	$\frac{9}{2}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$

MATLAB feladatok

1. A `polyfit` függvényt használva határozza meg a

t_i	0	0.5	0.5	1	1.2	1.5	1.8	2	2.3	2.5
f_i	1.5	1.7	1.8	2.1	2.1	2.3	2.5	2.4	2.7	2.7

adatokat négyzetesen legjobban közelítő egyenes egyenletét! Ábrázolja az adatokat és az illesztett egyenest (használja a `plot` és `polyval` utasításokat)!

2. Határozza meg az alábbi adatokat négyzetesen legjobban közelítő legfeljebb másodfokú polinomot!

t_i	1.1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.7	1.9	2	2.2	2.3	2.4	2.6
f_i	0.47	0.44	0.46	0.49	0.56	0.64	0.85	1	1.34	1.54	1.76	2.26

Ábrázolja az adatokat, illetve az illesztett függvényt!

3. Egy fél méter magas, téglatest alakú víztartályt egyenletes sebességgel töltenek fel vízzel. Amikor a tartályban 3 cm magasan áll a víz Péter elhatározza, hogy megméri a vízszint változását az idő függvényében. A következő méréseket végezte:

t_i (min)	0	2	4	6	8	10	12
f_i (cm)	3	4	5	5.5	6.5	7	8

Becsülje meg milyen magasan lesz a víz 20 perccel azután, hogy Péter elindította a mérést! Mikor indították el a tartály feltöltését? Kb mikor lesz tele a tartály?

4. Határozza meg a

t_i	0.5	0.6	0.7	0.9	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
f_i	8.1	7	6.3	5.3	5	4.52	4.14	3.9	3.7	3.51

adatokat négyzetesen legjobban közelítő

$$F(t) = a + \frac{b}{t}$$

alakú függvényt a `polyfit` függvény használatával, illetve a Gauss-féle normálegyenlet megoldásával! Ábrázolja az adatokat, illetve az illesztett függvényt!

5. Határozza meg a

t_i	0	0.3	0.5	0.6	0.8	1	1.1	1.3	1.5	1.6	1.8	1.9	2
f_i	1.9	2.4	2.2	1.9	1.2	0.5	0.2	0	0.2	0.5	1.2	1.6	1.9

adatokat négyzetesen legjobban közelítő

$$F(t) = a + b \cdot \cos(\pi t) + c \cdot \sin(\pi t)$$

alakú függvényt! Ábrázolja az adatokat, illetve az illesztett függvényt!

6. Havi középhőmérsékletek Budapesten (50 év átlaga)

x_i	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
f_i	-1.7	0.1	5.2	10.3	15.8	18.9	21.1	20.3	16.1	10.2	4.2	0.5

Határozza meg a táblázat adatait legkisebb négyzetes értelemben legjobban közelítő

$$F(t) = a + b \cos\left(2\pi \frac{t - 14}{365}\right)$$

alakú modell paramétereit!