

MATEMATIKA MÉRNÖKÖKNEK I.

Minta zárthelyi dolgozat

1. Számítsa ki a $z = 16(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5})$ komplex szám negyedik gyökeit!
2. Írja fel a $z = -1 + \sqrt{3}i$ és $z = 2 - 2i$ komplex számok trigonometrikus alakját és számítsa ki $z \cdot w$ és $\frac{z}{w}$ értékét!
3. Döntse el, hogy az alábbi vektorrendszer lineárisan független-e.

$$a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

4. Számítsa ki az alábbi mátrix determinánsát!

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -4 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Definiálja a komplex szám szögét, hosszát, konjugáltját, trigonometrikus és exponenciális alakját!
6. Definiálja két vektor belső szorzatát. Hogyan számoljuk ki egy vektor normáját? Sorolja fel a norma tulajdonságait.
7. Számítsa ki az AB és $B^T A$ kifejezések értékét, ahol

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

8. Az alábbi három Matlab-utasításról döntse el, hogy végrehajtható-e, és amelyik igen annál adja meg az a értékét.

`a=(1:5)*(1:5)'`

`a=(1:5)'.*(1:5)`

`a=(1:5).*(1:5)`

MATEMATIKA MÉRNÖKÖKNEK I.

Minta zárthelyi dolgozat

1. Számítsa ki a $z = 8(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})$ komplex szám harmadik gyökeit!
2. Számítsa ki a $z = \sqrt{3} - i$ komplex szám trigonometrikus alakját és az ötödik hatványát! Írja fel a z exponenciális alakját!
3. Alkalmazza a Gram-Schmidt ortogonalizációs eljárást az alábbi vektorrendszerre. Ellenőrizze a kapott vektorrendszer ortonormáltóságát!

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

4. Írja fel a $z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ és $w = 3e^{i\frac{\pi}{4}}$ komplex számok trigonometrikus és algebrai alakját. Az exponenciális alakokat használva adja meg zw és z^3 értékét.
5. Mondja ki a kifejtési tételt.
6. Definiálja a vektornormát, sorolja fel a tulajdonságait! Mit nevezünk vektorok lineáris kombinációjának?
7. Számítsa ki az Aa és $a^T A^T$ kifejezések értékét, ha

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

8. Mi lesz A értéke a közetkező for-ciklus végrehajtása után?

```
A=ones(2,4);
t=[1;2];
for i=2:4
    A(:,i)=t.^i;
end
```

MATEMATIKA MÉRNÖKÖKNEK I.

Minta zárthelyi dolgozat

1. Számítsa ki a $z = 64(\cos \frac{8\pi}{3} + i \sin \frac{8\pi}{3})$ komplex szám harmadik gyökeit!
2. Határozza meg a $z = -1-i$ és $w = \sqrt{3}+i$ komplex számok trigonometrikus alakját és számítsa ki $\frac{z}{w}$ és w^7 értékét! Adja meg a z és w exponenciális alakját!
3. Döntse el, hogy az alábbi vektorrendszer lineárisan független-e.

$$a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

4. Számítsa ki az A mátrix determinánsát!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -4 & -4 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

5. Definiálja a vektorteret és az alteret!
6. Mikor nevezünk egy vektorrendszert lineárisan függőnek, illetve lineárisan függetlennek? Definiálja a bázist, generátorrendszert, dimenziót!
7. Határozza meg a $\det(A)$, aa^T és $a^T a$ kifejezések értékét!

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

8. Mi lesz x értéke a következő kód lefutása után?

```
x=zeros(1,5);
for i=4:-1:1
    x(i)=2*x(i+1)-1;
end
```

MATEMATIKA MÉRNÖKÖKNEK I.

Minta zárthelyi dolgozat

1. Legyen $z = 2 + 3i$ és $w = 1 - 2i$. Számítsa ki $z + 3w$, $\bar{z}w$, $|w|$ értékét!
2. Legyen $z = -2 - 2i$. Írja fel z trigonometrikus alakját és számítsa ki z^{10} értékét!
3. Legyen

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{3} \\ 1 + \sqrt{3} \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} 1 + 2i \\ 1 - i \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} 2 + i \\ 3 - i \end{pmatrix}.$$

Határozza meg a $z^T \bar{w}$, $\|z\|$, $\|w\|$ kifejezések értékét és az a és b vektorok szögét.

4. Alkalmazza a Gram-Schmidt ortogonalizációs eljárást az alábbi vektorrendszerre. Ellenőrizze a kapott vektorrendszer ortonormáltóságát!

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad a_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

5. Definálja a komplex szám n -edik gyökét!
6. Sorolja fel a mátrixok összeadásának, szorzásának tulajdonságait! Mit nevezünk egy mátrix rangjának?
7. Számítsa ki az $a^T A$, Ab és ab^T kifejezések értékét!

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

8. Mi lesz a értéke a következő kód lefutása után?

```
a=1:2:7;
for i=2:4
    a(i)=a(i)+a(i-1);
end
```