Matlab alapok

Mátrixok

Baran Ágnes

Mátrixok megadása

Mátrix megadása elemenként

$A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9]$ vagy
$A = [1 \quad 2 \quad 3; \quad 4 \quad 5 \quad 6; \quad 7 \quad 8 \quad 9]$ eredménye:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

(Az egy sorban álló elemeket vesszővel vagy szóközzel, a sorokat pontosvesszővel választjuk el.)

A mátrixelemek számozása $(1, 1)$-gyel kezdődik.

`A(i,j)` a mátrix (i, j)-edik eleme.

Mátrixok megadása

Vektorok összefűzésével

Ha `a=[1 -2 0]`; `b=[2 -11 7]`; `m=[-3;0;7]`; `n=[1; -2; 0]`; akkor
`B=[a;b]` eredménye:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -11 & 7 \end{pmatrix}$$

`C=[a'  b']` és `D=[m  n]` eredménye:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -11 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

Mátrixok bővítése

Az előbb definiált mátrixokkal, vektorokkal:
`E=[A;a]` vagy `E=[A;[1,-2,0]]` eredménye

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Tehát: *[mátrix „sortörés" (azaz ;) sorvektor]*

Az `F=[A m]` vagy `F=[A, m]` eredménye

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -3 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Tehát: *[mátrix szóköz vagy vessző oszlopvektor]*

Mátrixok bővítése

`G=[C D]` és `H=[C;D]` eredménye

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -2 & -11 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & 7 & 0 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -11 \\ 0 & 7 \\ -3 & 1 \\ 0 & -2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$$

`C(4,5)=9` eredménye:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

Megváltozik a mátrix mérete, erre nem figyelmeztet!

Hivatkozás elemekre, sorokra, oszlopokra, részmátrixokra

- `size(A)` az A mátrix mérete (egy kételemű sorvektor)
- `length(A)` egy skalár: `max(size(A))`
- `A(i,j)` az A mátrix (i,j)-edik eleme
- `A(i,:)` egy sorvektor, az A mátrix i-edik sora
- `A(:,j)` egy oszlopvektor, az A mátrix j-edik oszlopa
- `A(2:3,:)` az A mátrix 2. és 3. sora
- `A([1 2 4],:)` az A mátrix 1., 2. és 4. sora
- `A(:,[1 3])` az A mátrix 1. és 3. oszlopa
- `A(2:3,[1 3])` az A mátrix 2. és 3. sorának és 1. és 3. oszlopának metszetéből álló mátrix

Mátrixok „átszabása”

Sorok, oszlopok elhagyása mátrixokból

- `A(i,:)=[]` az i-edik sor elhagyása
- `A(:,j)=[]` a j-edik oszlop elhagyása
- `A([1 3],:)=[]` az 1. és 3. sor elhagyása
- `A(:,[1 3])=[]` az 1. és 3. oszlop elhagyása

Sor- és oszlopcsere

Az i-edik és j-edik sor illeve oszlop cseréje:
`A([i,j],:)=A([j,i],:)`, ill. `A(:,[i,j])=A(:,[j,i])`

Mátrixból vektor

`A(:)` az A mátrix elemei oszlopfolytonosan felsorolva

Mátrixok „átszabása”

Mátrix átméretezése

Ha A egy $n1 \times m1$-es mátrix, akkor

- `B=reshape(A,[n2,m2])`
  az az $n2 \times m2$-es B mátrix, amelyet úgy kapunk, hogy az A elemeivel oszlopfolytonosan feltöltjük B-t ($n1 \cdot m1 = n2 \cdot m2$ kell hozzá!)
- `B=reshape(A,[],m2)`
  az A átméretezésével kapott, $m2$ oszlopot tartalmazó B mátrix (a sorok számát kiszámolja)
- `B=reshape(A,n2,[])`
  az A átméretezésével kapott, $n2$ sort tartalmazó B mátrix (az oszlopok számát kiszámolja)

A repelem függvény

- `B=repelem(A,k,m)` ahol A egy mátrix, k és m egészek, előállítja azt a B mátrixot, melyet úgy kapunk, hogy az A minden elemét $k \times m$-szer soroljuk fel.
  `A=[0 1; 2 3]; B=repelem(A,2,3)`
  $$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$
- `A=[0 1; 2 3]; B=repelem(A,1,[2,3])`
  Az A mátrix 1. oszlopát kétszer, a 2.-at háromszor sorolja fel:
  $$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

A repmat függvény

- `B=repmat(A,n)`
  Egy `n·size(A)` méretű mátrix, az A mátrixot n-szer lemásolja sor- és oszlopirányban is.
  Pl. `A=[1, 2; 3, 4]; B=repmat(A,2)`

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

- `B=repmat(A,m,n)`
  Az A mátrixot m-szer egymás alá, n-szer egymás mellé másolja.
  Pl. `A=[1, 2; 3, 4]; B=repmat(A,2,3)`

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Mátrixelemek rendezése

- `B=sort(A,1)` az A minden oszlopában növekvő sorrendbe rendezi az elemeket (ugyanaz, mint a `B=sort(A)`)
- `B=sort(A,2)` az A minden sorában növekvő sorrendbe rendezi az elemeket
- `[B,ind]=sort(A,1)` és `[B,ind]=sort(A,2)` egy indexmátrixot is visszaad, amely megmutatja hogyan változott az adott oszlopokban/sorokban az elemek sorrendje.
- `B=sortrows(A)` rendezi az A sorait az első oszlopban álló elemek szerint
- `B=sortrows(A,k)` rendezi az A sorait a k. oszlopban álló elemek szerint
- `B=flip(A,1)` az A oszlopaiban az elemek sorrendjét megfordítja (ugyanaz, mint a `B=flip(A)`, illetve a `B=flipud(A)`)
- `B=flip(A,2)` az A soraiban az elemek sorrendjét megfordítja (ugyanaz, mint a `B=fliplr(A)`)

Beépített mátrixok

eye(n)	az $n \times n$-es egységmátrix
eye(n,m)	az $n \times m$-es egységmátrix
ones(n)	a csupa 1-esből álló $n \times n$-es mátrix
ones(n,m)	a csupa 1-esből álló $n \times m$-es mátrix
zeros(n)	a csupa 0-ból álló $n \times n$-es mátrix
zeros(n,m)	a csupa 0-ból álló $n \times m$-es mátrix
rand(n)	$n \times n$-es véletlen mátrix, elemei a $[0, 1]$-en vett egyenletes eloszlásból származnak
rand(n,m)	$n \times m$-es véletlen mátrix (egy. eloszlás)
randn(n)	$n \times n$-es véletlen mátrix, elemei a standard normális eloszlásból származnak
randn(n,m)	$n \times m$-es véletlen mátrix (normális eloszlás)
randi(N)	egy véletlen egész szám az $[1, N]$ intervallumból
randi(N,n)	$n \times n$-es mátrix, véletlen egészek $[1, N]$-ből
randi(N,m,n)	$m \times n$-es mátrix, elemei véletlen egészek $[1, N]$-ből

Műveletek vektorok és mátrixok között

Legyen A és B két mátrix (melyek akár vektorok is lehetnek), c egy skalár. Az

$$\texttt{A+B}, \quad \texttt{A-B}, \quad \texttt{c*A}, \quad \texttt{A*B}, \quad \texttt{A}\,\hat{}\,2$$

műveletek a hagyományos, lineáris algebrában értelmezett műveletek, feltéve, hogy A és B mérete megfelelő. Az

$$A + c$$

művelet eredménye: az A minden eleméhez hozzáadunk c-t. Az

$$A/B \quad \text{és} \quad A\backslash B$$

műveletek eredménye $A \cdot B^{-1}$ és $A^{-1} \cdot B$.

Műveletek vektorok és mátrixok között

Elemenkénti művelet

A műveleti jel előtti . jel a művelet elemenkénti végrehajtását eredményezi:

Az `A.*B` mátrix *ij*-edik eleme $a_{ij} * b_{ij}$,
az `A.^ 2` mátrix *ij*-edik eleme a_{ij}^2,
az `A./B` mátrix *ij*-edik eleme a_{ij}/b_{ij}.

A beépített Matlab függvények általában hívhatók mátrix argumentummal is, pl. `sin(A)`, `log(A)`, `exp(A)`, `abs(A)`, stb. Ilyenkor a függvény a mátrix minden elemére végrehajtódik.

Néhány hasznos függvény

`max` és `min`

- Ha A egy vektor, akkor `min(A)` és `max(A)` az A legkisebb és legnagyobb eleme
- Ha A egy mátrix, akkor `min(A)` és `max(A)` egy sorvektorral tér vissza, az A oszloponkénti legkisebb és legnagyobb elemeivel (ugyanaz, mint `min(A,[],1)` és `max(A,[],1)`)
- Ha A egy mátrix, akkor `min(A,[],2)` és `max(A,[],2)` egy oszlopvektorral tér vissza, az A soronkénti legkisebb és legnagyobb elemeivel
- `max(A,B)` és `min(A,B)` egy mátrixszal tér vissza, elemenként hasonlítja össze A-t és B-t

`sum` és `prod`

- `sum(A)` és `prod(A)` az A mátrix elemeinek oszloponkénti összege és szorzata (ugyanaz, mint `sum(A,1)` és `prod(A,1)`)
- `sum(A,2)` és `prod(A,2)` az A mátrix elemeinek soronkénti összege és szorzata

Néhány hasznos függvény

`diag`

- `diag(a)`
  ahol *a* egy vektor, egy négyzetes mátrixszal tér vissza, főátlójában az *a* vektorral
- `diag(a,k)`
  ahol *a* egy vektor, *k* egy egész, egy olyan mátrixszal tér vissza, aminek a *k*-adik átlója az *a* vektor. A 0. átló a főátló, onnan felfelé egyesével nő, lefelé egyesével csökken az átlók sorszáma.
- `diag(A)`
  ahol *A* egy mátrix (nem feltétlenül négyzetes) egy oszlopvektorral tér vissza, az *A* főátlóbeli elemeivel
- `diag(A,k)`
  ahol *A* egy mátrix, *k* egy egész, egy oszlopvektorral tér vissza, az *A* mátrix *k*-adik átlójának elemeivel.

Néhány hasznos függvény

`tril` és `triu`

- `tril(A)`
  Az A mátrix alsóháromszög részével tér vissza (a főátló és az alatta álló elemek, a többi 0)
- `triu(A)`
  Az A mátrix felsőháromszög részével tér vissza (a főátló és a felette álló elemek, a többi 0)
- `tril(A,k)`
  Az A mátrix k-adik átlójában és az alatta álló elemekkel tér vissza (a többi 0)
- `triu(A,k)`
  Az A mátrix k-adik átlójában és a felette álló elemekkel tér vissza (a többi 0)

Néhány hasznos függvény

- `numel(A)` az A elemeinek száma
- `size(A)` az A mérete
- `length(A)` egyenlő `max(size(A))` értékével
- `det(A)` az A determinánsa
- `inv(A)` az A inverze
- `rank(A)` az A rangja
- `transpose(A)` vagy `A.'` az A transzponáltja
- `ctranspose(A)` vagy `A'` az A konjugált transzponáltja

Feladatok

Legyen $x = [-1 \quad 4 \quad 0]$, $y = [3 \quad -2 \quad 5]$ és $A = [-3 \quad 1 \quad -4; 6 \quad 2 \quad -5]$. Döntse el, hogy az alábbi utasítások közül melyik végrehajtható. Ha nem végrehajtható, akkor magyarázza meg miért, ha végrehajtható, akkor fogalmazza meg mi lesz az eredmény!

(1) $z = [x, y]$

(2) $z = [x; y]$

(3) $z = [x', y']$

(4) $z = [x'; y']$

(5) $z = [A; x]$

(6) $z = [A, x]$

(7) $z = [x; A; y]$

(8) $z = [A'; x]$

(9) $z = [A', x]$

(10) $z = [A', x']$

(11) $x + y$

(12) $x + y'$

(13) $A + y$

(14) $A + 2$

(15) x/y

(16) $x./y$

(17) $A\,\hat{}\,2$

(18) $A.\hat{}\,2$

Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Konstruálja meg (az elemek felsorolása nélkül) azt a B mátrixot, melyet úgy kapunk, hogy

(1) elhagyjuk az A mátrix első sorát,

(2) elhagyjuk az A mátrix 2. és 4. oszlopát,

(3) elhagyjuk az A mátrix utolsó sorát és oszlopát

(4) kétszer egymás mellé írjuk az A mátrixot,

(5) transzponáljuk az A mátrixot,

(6) felcseréljük az A mátrix 2. és 4. oszlopát

(7) négyzetre emeljük az A elemeit

(8) az A minden elemét megnöveljük 3-mal

(9) A minden elemének vesszük a négyzetgyökét

(10 az A első sorának második elemét kicseréljük -2-re

(11) az A 2. sorát kicseréljük a $[-1 \quad 0 \quad -2 \quad 3]$ vektorra

- Egy rövid Matlab utasítás segítségével állítsa elő az alábbi mátrixot!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 20 & 18 & 16 & 14 & 12 & 10 & 8 & 6 \\ 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 & 256 \end{pmatrix}$$

- Az előző feladat A mátrixával vizsgálja meg az alábbi utasítások eredményét!

(1) `sum(A)`
(2) `sum(A,2)`
(3) `reshape(A,6,4)`
(4) `max(A)`
(5) `max(A,[],2)`
(6) `max(A,2)`
(7) `flipud(A)`
(8) `fliplr(A)`
(9) `size(A)`
(10) `length(A)`

Elemeinek felsorolása és a `for` utasítás nélkül állítsa elő az alábbi mátrixokat

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$