

MATEMATIKA MÉRNÖKÖKNEK I.

Komplex számok

1. Írja fel az alábbi komplex számok algebrai alakját!

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| (a) $\overline{(2 - 3i)}(4 + i)$ | (h) i^{405} |
| (b) $(4 - 2i)(3 + 4i)$ | (i) $i^{102} - i^{80}$ |
| (c) $(-2 - i)(3 + 2i)(-2 + i)$ | (j) $\frac{4 - 2i}{1 + i}$ |
| (d) $i(-4 + 2i)(1 - 2i)$ | (k) $\frac{5 + 2i}{2 - 3i}$ |
| (e) $3i\overline{(-2 - 3i)}$ | (l) $\frac{1 - 4i}{(2 + i)(1 - i)}$ |
| (f) $(5 - 2i)^2$ | |
| (g) $(1 - 2i)^3$ | |

2. Adja meg az alábbi komplex számok trigonometrikus alakját!

- | | | | |
|----------|----------|-----------------------------------|---|
| (a) -5 | (c) $-i$ | (e) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ | (g) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$ |
| (b) 8 | (d) $2i$ | (f) $-\sqrt{5} - \sqrt{5}i$ | (h) $2 - 2\sqrt{3}i$ |

3. Legyen $z = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5} \right)$ és $w = 4 \left(\cos \frac{3\pi}{5} + i \sin \frac{3\pi}{5} \right)$. Határozza meg az alábbi kifejezések értékét!

- | | | |
|---------------------|-------------|---------------------|
| (a) zw , | (c) w^4 , | (e) $\frac{2}{w}$, |
| (b) $\frac{z}{w}$, | (d) z^3 , | (f) z^2w^3 . |

4. Trigonometrikus alak segítségével határozza meg az alábbi kifejezések értékét!

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| (a) $(2 - 2i)^{102}$ | (b) $(\sqrt{3} + i)^{54}$ |
|----------------------|---------------------------|

5. Számítsa ki a $z = 27 \left(\cos \frac{3\pi}{5} + i \sin \frac{3\pi}{5} \right)$ komplex szám

- (a) második,
 (b) harmadik,
 (c) negyedik

gyökeket!

6. Sorolja fel a $z = -i$ szám negyedik és ötödik gyökeket!

7. Írja fel az alábbi komplex számok exponenciális alakját.

$$(a) \left(\cos \frac{3\pi}{5} + i \sin \frac{3\pi}{5} \right) \quad (b) 2 \left(\cos \frac{4\pi}{7} + i \sin \frac{4\pi}{7} \right)$$

8. Határozza meg az alábbi komplex számok trigonometrikus és algebrai alakját.

$$(a) z = e^{-i\frac{\pi}{2}} \quad (b) z = 3e^{i\frac{5\pi}{6}} \quad (c) z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} \quad (d) z = e^{-i\frac{5\pi}{3}}$$

9. Számolja ki zw , $\frac{z}{w}$, z^4 és z^2w^3 értékét, ha

$$z = 4e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad w = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$