

Valószínűségszámítás és matematikai statisztika

1. gyakorlat

1 Kombinatorika

- 1.1 *Hányféleképpen lehet a sakktáblán 8 bástyát elhelyezni úgy, hogy egyik se üsse a másikat? Mennyi lesz az eredmény, ha a 8 bástyát meg tudjuk különböztetni egymástól?*
- 1.2 Hány négyjegyű szám készíthető a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből?
- 1.3 Melyikből van több: csupa különböző számjegyből álló tízjegyű, vagy csupa különböző számjegyből álló kilencjegyű számból?
- 1.4 Hányféleképpen rakhatunk sorba 12 könyvet, ha 3 bizonyos könyvet egymás mellé akarunk rakni és
 - a) a három könyv sorrendje nem számít?
 - b) a három könyv sorrendje számít?
- 1.5 *Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 7 embert, ha a forgatással egymásba vihető ülésrendeket azonosnak tekintjük?*
- 1.6 *Hányféleképpen ültethetünk egy kerek asztal köré 5 férfit és 5 nőt úgy, hogy se két férfi, se két nő ne kerüljön egymás mellé?*
- 1.7 *Hányféleképpen lehet kitölteni egy totószelvényt (14 mérkőzés, mindegyik eredménye lehet 1, 2 vagy X)?*
- 1.8 Hat ajánlott levelet kell kikézbesíteni, ehhez három postás áll rendelkezésre. Hányféleképpen oszthatjuk szét a leveleket közöttük?
- 1.9 Hányféleképpen választhatunk ki egy csomag francia kártyából (4 szín, színenként 13 lap) négy páronként különböző színű lapot? Hányféleképpen választhatunk akkor, ha azt is megköveteljük, hogy ne legyen két azonos értékű sem?
- 1.10 *Hányféleképpen tölthetünk ki egy ötöslottó szelvényt (90 számból kell kiválasztani ötöt)?*
- 1.11 Csak egész koordinátájú pontokon lépkedve hányféleképpen juthatunk el az origóból az (5, 3) pontba, ha csak jobbra és felfelé lépkedhetünk?
- 1.12 *Kiindulva az origóból fejet dobva jobbra lépünk egyet, írást dobva pedig balra. 10 dobás után hányféleképpen fordulhat elő, hogy visszajutunk az origóba?*
- 1.13 Igazoljuk a binomiális tételt, azaz, hogy tetszőleges $a, b \in \mathbb{C}$ és $n \in \mathbb{N}$ esetén

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k} !$$

1.14 *Igazoljuk, a következőt:*

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k} !$$

1.15 *Igazoljuk, a következőt:*

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n !$$

1.16 *Hányféleképpen lehet sorbarendezni n darab nullát és k darab egyest ($k \leq n+1$), hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?*

1.17 *Egy állatszelidítő 5 oroszlánt és 4 tigrist akar kivezetni a porondra, de két tigris nem jöhet egymás után, mert összevesznek. Hányféleképpen állíthatja sorba az állatokat, ha azokat természetesen meg tudja különböztetni egymástól?*

1.18 *Artúr király kerekasztalánál 12 lovag ül. Mindegyikük hadilábon áll a két asztal-szomszédjával. Hányféleképpen választhatunk ki közülök öt lovagot úgy, hogy ne legyenek közöttük ellenségek?*

1.19 *Egy csomag francia kártyából kihúzunk 10 lapot.*

a) Hány esetben lesz ezek között ász?

b) Pontosan egy ász?

c) Legfeljebb egy ász?

d) Pontosan két ász?

e) Legalább két ász?

1.20 *Hányféleképpen választhatunk ki 12 lányból és 15 fiúból négy táncoló (fiú–lány) párt?*

1.21 *Hány olyan valódi hatjegyű szám van, amelynek három jegye páros, három pedig páratlan?*

1.22 *Hányféleképpen lehet 14 embert szétültetni egy öt-, egy négy-, egy három- és egy két-személyes csónakba?*

1.23 *A büfében négyféle csokiszeletet árulnak. Hányféleképpen választhatunk 12 darabot közülük (mindegyikből van legalább 12)?*

1.24 *Hányféleképpen oszthatunk szét 4 gyerek között 7 almát és 9 körtét (nem feltétlenül kap mindegyik gyerek)?*

1.25 *Egy csomag francia kártyából hányféleképpen tudunk kiválasztani 5 lapot úgy, hogy legyenek közöttük pikk és hetes?*

1.26 *Öt fiú és öt lány közül hányféleképpen tudunk kiválasztani négy embert, hogy legyenek közöttük legalább két lány?*